ACADÉMIE DES SCIENCES.

SEANCE DU LUNDI 25 FÉVRIER 1929.

PRÉSIDENCE DE M. Louis MANGIN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** s'exprime en ces termes :

Mes chers Confrères,

Un nouveau deuil frappe l'Académie. Notre confrère M. **J. Boussinesq** s'est éteint mardi dernier après une maladie qui le tenait éloigné de nous depuis plusieurs mois.

Né à Saint-André-de-Sangonis (Hérault) le 13 mars 1842, il fit ses études classiques au Petit Séminaire de Montpellier, prépara son baccalauréat sous la direction de M. Arthur Roche, stagiaire d'agrégation. Aspirant au professorat il acquit seul, par un travail opiniâtre, les connaissances indispensables pour suivre les cours d'Analyse et de Mécanique de notre correspondant à Montpellier, M. Roche. Licencié en mathématiques à 19 ans, il fut d'abord instituteur, puis nommé professeur à Agde, au Vigan et enfin à Gap, 1866.

Il prépara son doctorat, soutint sa thèse en Sorbonne et fut nommé à la Faculté des Sciences et à l'Institut industriel de Lille. Sa haute valeur le fit entrer à la Faculté des Sciences de Paris en 1886. Il occupa d'abord la chaire de Mécanique et de Physique expérimentale puis, en 1896, il prenait possession de la chaire de Physique mathématique et de calcul des probabilités qu'il conserva jusqu'à sa retraite en 1918.

Il avait obtenu le Prix Poncelet en 1871 et l'Académie des Sciences l'avait élu dans la Section de Mécanique en remplacement de Rolland (1886).

Boussinesq, menant de front ses classes de mathématiques et ses

recherches personnelles, composa au Collège d'Agde un Mémoire sur les *Effets de l'action capillaire à l'état de mouvement*. En 1865 alors professeur au Vigan, il envoya à l'Académie son grand Mémoire sur la théorie de la lumière, remarquable exposé de physique mathématique sur la théorie et la dispersion de la lumière.

Avec un sens merveilleux des approximations à faire dans les questions de mécanique, il a consacré de nombreux travaux à l'hydrodynamique et à l'hydraulique, où il a laissé la trace de son génie mathématique, devançant de beaucoup son temps par l'ingéniosité de ses vues.

Il s'attaque d'abord au problème des eaux courantes considéré jusqu'alors comme « une désespérante énigme ».

Dans son Mémoire intitulé modestement *Essais sur les eaux courantes*, il débrouille le fouillis presque inextricable des phénomènes demeurés irréductibles et avec un minimum d'hypothèses, en modifiant le coefficient de frottement ε de l'analyse de Navier, il rend les équations abordables et il en tire des conséquences générales élégantes que viennent confirmer les recherches de Darcy et surtout de Bazin. Ces travaux, déjà essentiels, sont complétés par sa théorie de l'écoulement tourbillonnant et tumultueux dans les lits rectilignes à grande section, en régime uniforme ou en régime uniformément varié. C'est dans cette étude qu'il développa sa méthode statistique, si féconde entre ses mains; il a été un précurseur génial à un moment où l'on ne soupçonnait pas que cette méthode deviendrait d'un usage courant avec l'adoption de la théorie cinétique de la matière.

En possession des méthodes, Boussinesq les appliqua à d'autres questions telles que l'écoulement des fluides, comportant des mouvements où la variation graduelle n'est plus assurée et il peut expliquer et étendre les résultats de Borda et de Bellanger; au problème de l'écoulement de l'eau sur un déversoir en mince paroi et enfin à la théorie des ondes de surface dans un liquide : mouvements ondulatoires, propagation des ondes périodiques, la houle, le clapotis, etc., il a trouvé sur toutes ces questions des solutions simples.

C'est aussi à Boussinesq que l'on doit la solution, devenue célèbre, du mouvement varié d'une sphère dans un fluide visqueux et de la résistance opposée à cette sphère dans son déplacement. Il a résolu ainsi l'un des plus difficiles problèmes de la mécanique.

Il nous faudrait encore signaler ses travaux sur l'élasticité des corps solides, sur les formes des masses fluides avec tension superficielle, sur l'équilibre des tas granuleux et enfin ses études, qui resteront classiques,

sur la théorie de la chaleur insérées dans son grand Traité sur la *Théorie analytique de la chaleur, mise en harmonie avec la thermodynamique et avec la théorie mécanique de la lumière*.

Autodidacte, Boussinesq ne s'était pas borné, à Montpellier, à préparer ses examens dans des conditions difficiles, mais il avait voulu acquérir des connaissances étendues et variées.

M. de Saint-Venant, notre confrère, qui devint son ami et son protecteur, avait été frappé par la simplicité et la hardiesse des résultats consignés dans un de ses premiers Mémoires sur l'élasticité paru en 1867; il voulut en connaître l'auteur. Il lui fut répondu de Gap, où Boussinesq enseignait, que « ce jeune homme, aussi digne d'affection que d'estime, n'était étranger à aucune science et chose remarquable n'était superficiel en rien ».

Nous n'ajouterons rien à cet éloge sinon pour rappeler, avec sa modestie rare, l'aménité et la bienveillance qui rendaient son commerce si agréable. Il aimait volontiers à causer de philosophie et il attachait la plus grande importance à son explication de la liberté morale au moyen des solutions singulières des équations différentielles. L'œuvre incomparable de Boussinesq préservera son nom de l'oubli.

J'adresse à sa famille, au nom de l'Académie, l'expression de notre vive sympathie.

M. le **Secrétaire perpétuel** dépose sur le bureau un Ouvrage consacré par Mme **Marguerite Combes** à un ancien Membre de l'Académie : *Pauvre et aventureuse bourgeoisie. Roulin et ses amis*, 1796-1874.

HISTOIRE DE L'ACADÉMIE. — *Quelques statistiques sur la mortalité et l'âge d'élection des Membres de l'Académie.* Note [1] de M. **Charles Richet**.

Voici quelques notions statistiques sur les membres de l'Académie des Sciences, l'âge de leur élection et l'âge de leur mort (selon les différentes sections). J'ai utilisé à cet effet notre Annuaire de 1929, qui fournit tous les documents nécessaires.

(1) Séance du 18 février 1929.

Je ne me suis occupé (provisoirement) que des membres français (titulaires et Académiciens libres). En outre, je n'ai pas introduit dans ma statistique les Académiciens du XVIIIe siècle, ni ceux qui ont été nommés en l'an 1795, puisque ceux-là n'ont pas été élus dans les conditions actuelles.

Je n'ai pas tenu compte des mois; je ne me suis référé qu'à l'année même. Ainsi on commet une inexactitude puisqu'on donne alors le même âge de mort à deux membres de l'Académie nés en 1800, morts en 1850, je suppose; soit l'un le 2 janvier 1850, l'autre le 31 décembre 1850. Il y a cependant entre eux une différence d'un an; mais dans la moyenne la compensation s'établit.

Si l'on compare l'âge d'élection des anciens Académiciens et l'âge d'élection des Académiciens vivant actuellement, par conséquent plus récemment nommés, on voit qu'en moyenne les Académiciens actuels furent nommés à un âge un peu supérieur à celui des Académiciens d'autrefois, comme l'indique le tableau suivant :

Age de l'élection.

	Académiciens.		Maxima.		Minima.	
	anciens.	actuels.				
Géométrie	43	44	Puissant	59	Biot	29
Mécanique	47	54	B. de St-Venant.	71	Cauchy	27
Astronomie	42	52	Jeaurat	72	Arago	23
Géographie	53	59	Bussy	66	Bravais	43
Physique	48	57	Gernez	72	Gay-Lussac	28
Chimie	49	55	Jungfleisch	70	Pelouze Regnault	30 30
Minéralogie	51	52	Delesse	62	Beudant	37
Botanique	49	55	Prillieux	70	Payer	36
Économie rurale	52	56	Chambrelent	74	Flourens	34
Anatomie	45	54	Sappey	76	Isidore Geoffroy-Saint-Hilaire	28
Médecine	57	60	Chaussier	76	Magendie	38
Membres libres	59	59	L. Tisserand	81	Séguier	30
Moyenne	50	55		71		32

Age de la mort.

	Moyenne.	Maxima.		Minima.	
Géométrie	70	Biot	88	Laguerre / Sturm	52 / 52
Mécanique	70	Sané	91	Foucault	49
Astronomie	70	D. de Cassini	97	Savary	44
Géographie	74	Beautemps-Beaupré	88	Bravais	52
Physique	70	A. Becquerel	90	Malus	37
Chimie	71	Chevreul	103	Moissan	55
Minéralogie	71	Cordier / Sage	84 / 84	Sénarmont	54
Botanique	73	Ad. Chatin	88	Payer	42
Économie rurale	74	J.-J.-T. Schlœsing	95	Audouin	44
Anatomie	70	Ranvier	87	Isidore Geoffroy-Saint-Hilaire	56
Médecine	72	Cloquet	93	Bert	53
Membres libres	72	Charles de Freycinet / Tisserand	95 / 95	H. de Cassini	51
	71		91		49

Durée de la vie académique.

	Moyenne.	Maxima.		Minima.	
Géométrie	27	Biot	59	Laguerre	2
Mécanique	23	Dupin	55	Bresse	3
Astronomie	28	Mathieu	58	Jeaurat	7
Géographie	21	Beautemps-Beaupré	44	Gentil	2
Physique	22	A. Becquerel	49	Curie	1
Chimie	22	Chevreul	63	Bourquelot	2
Minéralogie	16	Élie de Beaumont / Cordier	39 / 39	Munier-Chalmas	0,4
Botanique	24	Mirbel	46	Payer	6
Économie rurale	22	Silvestre	45	André	2
Anatomie	25	H. Milne-Edwards	47	Filhol	5
Médecine	14	Serres	40	Lucas-Championnière	1
Membres libres	13	Ch. de Freycinet	41	Daru	1
	21		49		3

En comparant la mortalité des Académiciens à la mortalité générale de tous les Français de même âge, pendant une période de 5 ans (1908-1913), j'ai constaté que l'espérance de vie est sensiblement la même; étant de

20 ans (19,7), c'est-à-dire un peu plus faible que celle des Académiciens, de 50 ans (moyenne) qui meurent à 71 ans (moyenne).

Les chiffres extrêmes ont été. Pour l'âge de l'élection :

Maximum	Sappey	76 ans
	Chaussier	76
Minimum :	Arago	23

Pour la durée de la vie :

Maximum :	Chevreul	103
Minimum :	Malus	37

Pour la durée de la vie académique :

Maximum :	Chevreul	63
Minimum :	Munier-Chalmas	3 mois

Nota. — D'après une note que me communique M. A. Lacroix, la mortalité pour 303 minéralogistes a été en moyenne de 64 ans (Spencer, in *The mineralogist Magazine*, London, 20, 1924, p. 252-253), 43 ont atteint ou dépassé 80 ans, et, parmi eux, 3 ont vécu plus de 90 ans (91, 94, 97).

GÉOLOGIE. — *Les Calcisphères typiques sont des Algues siphonées.* Note de M. L. Cayeux.

W. C. Williamson [*On the Organization of the fossil Plants of the Coal-Measures* (Part X). *Including an Examination of the supposed Radiolarians of the carboniferous Rocks* (*Phil. Trans. Roy. Soc.*, 1880, p. 520, pl. 20)] a donné le nom de Calcisphères à un complexe d'organismes de types très variés se rapportant, sans doute possible, à de multiples groupes. Ce sont : des sphérules creuses, microscopiques, dépourvues d'ornementation, des sphérules munies de piquants et d'épines, et, enfin, des formes irrégulières hérissées d'épines. Seules les premières retiendront notre attention, par la raison qu'elles réunissent la presque totalité des individus, et qu'elles correspondent aux Calcisphères typiques. Quant aux matériaux de la deuxième catégorie, ils représentent indubitablement des Radiolaires calcifiés, et c'est peut-être à ces mêmes organismes qu'il faut identifier les derniers.

Les affinités des Calcisphères ont été discutées depuis un demi-siècle, sans jamais pouvoir les déterminer autrement que par des hypothèses. Toutefois, l'accord s'est fait pour les rattacher de préférence au règne

animal. Découvertes par Judd en 1877, on les a rapportées, tour à tour, aux Radiolaires typiques (Judd), à des Radiolaires adaptés à des eaux saumâtres (R. C. Mac Lean), à des Protozoaires de type spécial apparentés aux Radiolaires (Dendy), à des organismes se rapprochant à la fois des Radiolaires et des Foraminifères (Shrubsole), à des Protozoaires (Wethered), à des Rhizopodes (T. A. Jones), etc. En ce qui concerne Williamson, il penchait pour les Foraminifères.

Quoi qu'il en soit, les Calcisphères jouent un rôle considérable dans la faune microscopique des calcaires dévoniens et carbonifères; aussi importe-t-il d'être fixé avec précision sur leur véritable nature. Les Calcisphères typiques se présentent sous la forme de sphérules, accompagnées ou non d'ellipsoïdes très courts. Chaque individu se décompose en deux parties : une enveloppe de grande épaisseur et une cavité remplie de calcite pure, elle-même sphérique ou ellipsoïdale. Tout entière indifférenciée, l'enveloppe est constituée par des granules de calcite très exigus, groupés confusément, et engendrant par leur réunion un tissu serré à l'extrême, se détachant en gris foncé, avec un aspect dépoli et opaque, sans la moindre action sur la lumière polarisée. Pour fixer l'ordre de grandeur de ces corps énigmatiques, je citerai le cas d'un individu, de taille un peu supérieure à la moyenne, mesurant $0^{mm},19$ de diamètre, dont la cavité est réduite à $0^{mm},09$, ce qui donne à la paroi une épaisseur de $0^{mm},05$.

On peut examiner des milliers et des milliers d'exemplaires sans jamais rien voir de plus. C'est pourquoi leurs affinités ne sont pas encore connues. Notons immédiatement qu'il y a toutes probabilités pour que ces organismes se présentent à nous, aujourd'hui, privés d'une partie de leurs caractères originels, car c'est l'évidence même que les cavités, remplies de protoplasma, devaient communiquer d'une façon ou d'une autre avec la surface. Veut-on résoudre le problème, il faut trouver des Calcisphères dans un milieu susceptible de les conserver avec tout le détail de leur organisation. Pour cela, il est nécessaire de faire appel à la notion de « milieux conservateurs » [1] des microstructures délicates, dégagée, notamment de l'étude des minerais de fer oolithique de France.

En l'espèce, les milieux ferrugineux et phosphatés, qui excellent à jouer ce rôle conservateur, font défaut. Mais Potonié nous a appris que le sapropel en voie de formation est doué de cette même propriété et que dans du

(1) L. Cayeux, *Les minerais de fer oolithique de France*, I. *Minerais de fer primaires*, 1909, p. 237.

sapropel ancien on a découvert des corpuscules de chlorophylle conservés. Or il y a dans le calcaire carbonifère des calcaires que M. Kaisin a qualifiés de sapropéliens. Malheureusement ces calcaires sont toujours trop pauvres en sapropel pour intervenir comme milieu conservateur. En revanche les accidents siliceux, désignés sous les noms de phtanites et de cherts, et que j'appelle *silexites*, toujours plus sapropéliens que leurs roches-mères, peuvent l'être à un degré suffisant pour soustraire les microorganismes aux transformations qui les rendent méconnaissables avec le temps.

Dans ces conditions, le problème à résoudre se pose dans les termes suivants : *trouver des calcaires très riches en Calcisphères, les trouver parmi les calcaires les plus sapropéliens connus renfermant des silexites, et étudier les Calcisphères des silexites*. Un seul et unique échantillon, choisi parmi des centaines, originaires de Belgique, et appartenant au calcaire noir de Maredsous, fournit la solution cherchée.

Des Calcisphères ont leurs cavités remplies d'une matière brune, d'aspect amorphe et d'origine sapropélienne. De chaque cavité partent de nombreux canalicules, rayonnants, rectilignes, équidistants, traversant toute l'enveloppe et débouchant à la surface; ces canalicules, injectés de matière brune, ressortent avec une admirable netteté. En examinant les Calcisphères envahies par la matière brune, on a l'impression de se trouver en présence d'une préparation histologique dont tous les détails ressortent dans la perfection, grâce à l'emploi de colorants. En conséquence, *les Calcisphères typiques étaient originellement perforées*, et leur structure première a été effacée par la fossilisation.

Ainsi constitués, ces organismes diffèrent foncièrement des Radiolaires, par l'absence absolue d'ornementation, par la très grande épaisseur du test et par le mode de fossilisation qui en fait des organismes partout et toujours calcaires. Par surcroît, ils s'éloignent des Foraminifères monoloculaires, aussi bien par l'état de fossilisation que par l'épaisseur de l'enveloppe calcaire.

Par tous leurs caractères, *les Calcisphères typiques se rattachent aux Algues siphonées*. Bref, ces globules creux, de nature impénétrable jusqu'à présent, ne sont pas autre chose que des thalles d'Algues calcaires, microscopiques et unicellulaires.

Leur rattachement aux Siphonées est pour le groupe des Algues paléozoïques, génératrices de sédiments calcaires, un appoint véritablement considérable. D'une part ces organismes ont une très large diffusion dans l'espace; et d'autre part ils abondent à certains niveaux dévoniens et carbo-

nifères au point que des calcaires en sont pétris. Tel est le cas pour des calcaires dévoniens d'Amérique (Corniferous Limestone de Kelly Island), des calcaires carbonifères d'Angleterre, de Belgique, etc. A la lumière de ce que l'on sait maintenant des microorganismes du Dévonien et du Carbonifère, on est fondé à conclure qu'en moyenne la sédimentation organique de ces deux époques a réservé une très grande place, et probablement la première, aux Algues calcaires.

HYDRODYNAMIQUE. — *Sur un problème d'hydrodynamique.* Note de M. **Henri Villat.**

M. D. Riabouchinsky a donné dans sa Thèse (Paris, Gauthier-Villars, 1922), et dans les *Comptes rendus* (174, 1922, p. 1226) une belle étude d'un important problème d'hydrodynamique qui peut être formulé ainsi : dans un plan XOY, on suppose un courant liquide parallèle à OX, rencontrant deux lames planes parallèles entre elles, et placées l'une derrière l'autre, symétriques par rapport à OY. On suppose que le mouvement permanent comporte deux tourbillons J et J′ symétriquement placés.

On peut rattacher ce mouvement à divers procédés très simples. Une première manière de faire consiste à se ramener, par une représentation conforme, à un demi-plan limité par une droite indéfinie, et contenant un tourbillon mobile. On sait en effet déduire, de ce qui se passe dans ce nouveau domaine, les conditions du mouvement d'un tourbillon correspondant au précédent dans le demi-plan $Z(=X+iY)$. Ce procédé est facilement généralisable, mais il est ici sensiblement moins simple que le suivant.

L'artifice consiste à ne considérer que ce qui se passe dans un seul des quatre angles formés par les axes XOY. On voit alors que si f désigne le potentiel complexe dans le mouvement cherché, ce potentiel garde sa partie réelle, ou sa partie imaginaire, égales à certaines constantes sur les diverses portions des frontières dans le quadrant X′OY. Le domaine correspondant du plan f est donc représentable sur un demi-plan t par la formule

$$df = i\,\mathrm{L}\,\frac{t+\alpha^2}{\sqrt{t}(t-\beta^2)}\,dt$$

où α, β, et L sont des constantes réelles, avec la condition

$$2\pi\mathrm{L}(\alpha^2+\beta^2)+\mathrm{I}\beta=0 \tag{1}$$

pour définir l'intensité I du tourbillon supérieur.

Pour relier f à la variable Z, nous observerons que, si nous posons

$$\Omega = i \log \frac{df}{dZ},$$

la partie réelle de Ω prendra les valeurs 0, $\frac{1}{2}\pi$, π, sur les mêmes frontières que ci-dessus; ceci permettra de représenter Ω sous la forme suivante :

$$\Omega = \frac{i}{2} \log (a - t)(b - t) - i \log (\beta^2 - t),$$

en admettant que la vitesse du fluide à l'infini soit égale à l'unité, et en désignant par a et b les valeurs de t qui correspondent au milieu de la lame solide située à gauche, sur ses deux faces respectivement.

De là résulte qu'on peut écrire

$$dZ = -2iL \frac{t + \alpha^2}{\sqrt{4t(a - t)(b - t)}} dt,$$

et par suite, en adoptant les fonctions elliptiques pour lesquelles on a

$$e_1 = -\frac{a + b}{3}, \qquad e_2 = \frac{2a - b}{3}, \qquad e_3 = \frac{2b - a}{3},$$

il viendra

$$t = ps - e_1,$$

$$(2) \qquad Z = 2iL\zeta s - 2iL(\alpha^2 - e_1)s + P.$$

On déterminera P en faisant correspondre les points $Z = 0$ et $t = 0$. Et en écrivant que les deux points Z qui correspondent à a ou b pour t, coïncident, on trouvera $P = 0$, ou bien

$$(\alpha^2 - e_1)\omega_1 - \eta_1 = 0,$$

équation qui, sous la forme

$$(3) \qquad \alpha_1 \omega_1 = \frac{\pi^2}{2\omega_1}\left(\frac{1}{2} + \sum_1^\infty \frac{4q^{2r}}{(1 + q^{2r})^2}\right),$$

définit α^2 comme une quantité essentiellement positive ainsi qu'il convenait.

La vitesse complexe dans le fluide, en dehors des tourbillons, est égale à $\frac{df}{dz}$. On voit que le facteur $t + \alpha^2$ disparaît dans ce rapport, en sorte que nous sommes assurés que la vitesse reste finie sur les bords des lames solides.

Il reste à vérifier si la configuration étudiée peut être permanente, c'est-

à-dire si la vitesse de déplacement du tourbillon J est nulle. Or on constate sans peine que, grâce à l'égalité (1), cette vitesse de déplacement est toujours finie; pour qu'elle soit nulle, il est nécessaire et suffisant que l'on prenne pour β^2 la racine positive (unique) de l'équation

$$(4) \qquad \frac{1}{\beta^2} - \frac{1}{\beta^2 - a} - \frac{1}{\beta^2 - b} - \frac{2}{\alpha^2 + \beta^2} = 0.$$

On voit que, si l'on se donne a et b, ou ce qui revient au même, ω_1 et ω_3, l'équation (3) définit α^2, l'équation (4) donne β^2, et l'équation (2) détermine Z, où il restera encore un facteur arbitraire L. Mais les formules d'homogénéité des fonctions elliptiques montrent que si l'on multiplie ω_1 et ω_3 par γ, cela revient à changer Z en $\frac{Z}{\gamma}$. Faire varier γ revient donc à faire varier L. Il n'y a donc en fait, dans la configuration du plan Z, que deux paramètres, L et $\frac{\omega_3}{\omega_1}$, au moyen desquels on pourra déterminer par exemple la longueur des lames et leur écartement mutuel. La position du tourbillon J en résultera; quant à son intensité, elle sera fournie par l'équation (1).

On peut, en passant à la limite, obtenir un mouvement correspondant au cas d'une seule lame placée normalement devant un courant, avec deux tourbillons de part et d'autre du centre de la lame. Soit ainsi, soit par un calcul direct, on trouve une position pour le tourbillon supérieur, sur OY, mais cette position est instable, ainsi qu'on s'en assure facilement.

M. H. **Le Chatelier** présente à l'Académie un Ouvrage de M. René Dubrisay formant le fascicule VIII du *Mémorial des Sciences physiques : Application de la mesure des tensions superficielles à l'Analyse chimique*, dont il a écrit la *Préface*. Les méthodes d'analyse physico-chimique ont le grand avantage sur les méthodes usuelles de l'analyse pondérale de se prêter à des manipulations assez simples, faciles à réussir même pour des opérateurs peu exercés. Elles ont, par contre, le défaut de ne pouvoir s'appliquer qu'à l'étude de quelques cas particuliers. Ce petit volume, écrit avec une grande clarté, rendra certainement des services aux chimistes.

ÉLECTIONS.

M. **Guido Castelnuovo** est élu Correspondant pour la Section de Géométrie en remplacement de M. *Luigi Bianchi* décédé, par 47 suffrages contre 2 à M. *Stanislas Zaremba* et 1 à M. *Albert Einstein*.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *L'atmosphère, source gratuite d'énergie inépuisable dans les régions chaudes et tempérées au Sahara et pour le Transsaharien*, par Bernard J. Dubois. (Présenté par M. Ch. Lallemand.)

2° Comptes rendus des séances de la troisième conférence de la section de Séismologie de l'*Union géodésique et géophysique internationale* réunie à Prague du 3 au 10 septembre 1927, rédigés par le Secrétaire E. Rothé. (Présenté par M. Ch. Lallemand.)

M. **Henri Humbert** adresse des remercîments pour la subvention qui lui a été accordée sur la *Fondation Loutreuil* en 1928.

GÉOMÉTRIE. — *Géométrie différentielle des sphères et faisceaux de torseurs.* Note de M. **Paul Delens**, présentée par M. Hadamard.

1. Le déplacement infiniment petit à n paramètres d'un repère pentasphérique dépend d'autant de symboles de transformations du groupe Γ [1].

Pour le déplacement à un paramètre intervient un seul torseur $\mathcal{H}$, dont on peut rechercher une forme canonique; le problème diffère peu de celui du déplacement analogue dans l'espace euclidien.

---

(1) Cf. mes Notes précédentes, *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 1107; 188, 1929, p. 28, 126 et 292.

L'étude des variétés à deux dimensions introduit deux torseurs $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$ pour les variations des paramètres α, β, de sorte que les dérivées *d'entraînement* d'une sphère s soient $s\mathfrak{A}$ et $s\mathfrak{B}$; les conditions d'intégrabilité se condensent en [1]

$$(1) \qquad <\mathfrak{A}\mathfrak{B}> = \mathfrak{A}_\beta - \mathfrak{B}_\alpha \quad \text{ou} \quad <\mathfrak{A}\mathfrak{B}> = \mathfrak{B}_{(\alpha)} - \mathfrak{A}_{(\beta)},$$

suivant qu'on emploie les dérivées partielles *absolues* (indices α, β) ou *relatives* [indices (α), (β)]. Un changement de paramètres substitue à $\mathfrak{A}$ et $\mathfrak{B}$ d'autres torseurs de leur faisceau, aussi le choix de repères convenables sera-t-il facilité par certaines propriétés des faisceaux de torseurs.

2. Les *combinants* de $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$ découlent d'un tenseur du quatrième ordre, $\tilde{\Phi} \equiv \mathfrak{A}, \mathfrak{B} - \mathfrak{B}, \mathfrak{A}$ (de coordonnées $\tilde{\varphi}_{ijkl}$), représentant du faisceau. Pour son isomère Φ, de coordonnées $\varphi_{kjil} \equiv \tilde{\varphi}_{ijkl}$, on peut poser $\Phi = \Sigma(\mathfrak{T}', \mathfrak{T}'' - \mathfrak{T}'', \mathfrak{T}')$, $\mathfrak{T}'$ et $\mathfrak{T}''$ étant des tenseurs (du deuxième ordre, quand je ne précise pas) respectivement symétriques et alternés; le transformé $\mathfrak{T} \| \Phi$ d'un tenseur $\mathfrak{T}$ est donc alterné si $\mathfrak{T}$ est symétrique, et inversement.

Le faisceau $\tilde{\Phi}$ définit aussi, suivant la terminologie de Coolidge, une hypercongruence de cercles $\mathfrak{V}$ en involution avec le faisceau, soit $\mathfrak{V} \| \tilde{\Phi} = 0$.

3. *Cas général.* — Les sphères principales p des torseurs $\mathfrak{T}$ du faisceau sont distinctes; le faisceau ne comprend pas de cercles. Nous posons

$$[\mathfrak{A}\mathfrak{A}]_* \equiv a, \qquad [\mathfrak{A}\mathfrak{B}]_* \equiv c, \qquad [\mathfrak{B}\mathfrak{B}]_* \equiv b$$

(l'astérisque indiquant qu'on passe de la forme extérieure entre crochets à la forme dualistique), a et b étant les sphères principales de $\mathfrak{A}$ et $\mathfrak{B}$. Les sphères p, formant une série quadratique, enveloppent une cyclide $\mathfrak{F} \equiv c^2 - \widehat{ab}$ (avec $2\widehat{ab} \equiv ab + ba$) de cercle principal $\mathfrak{C} \equiv [abc]_*$; $\mathfrak{F}$ et $\mathfrak{C}$ sont des puissances extérieures de Φ; la nature de la cyclide $\mathfrak{F}$ dépend de l'équation du quatrième degré aux sphères-points de la série p.

A une sphère double s^2, Φ fait correspondre un cercle

$$\mathfrak{S} = s^2 \| \Phi = [(s\mathfrak{A})(s\mathfrak{B})].$$

que nous dirons cercle *dérivé* de s; les sphères p, dépendant linéairement de a^2, b^2, $\widehat{ac}$, $\widehat{bc}$, $\widehat{ab} = 2c^2$, n'ont pas de cercles dérivés déterminés; Φ

---

(1) J'ai établi dans ma thèse (*loc. cit.*), p. 46 et 112, par les méthodes de M. E. Cartan, la relation (1) sous forme invariante en $\mathcal{H}_\delta = \mathfrak{A}\,\delta\alpha + \mathfrak{B}\,\delta\beta$ — M. E. Vessiot a utilisé les faisceaux de transformations infinitésimales pour la théorie conforme des surfaces. *Bull. Soc. math.*, 54, 1926, p. 53.

réduit bien le système à 15 unités des tenseurs symétriques en celui à 10 unités des torseurs; toutes les sphères orthogonales à $\mathcal{C}$ ont ce cercle pour cercle dérivé : il est aussi transformé de $\mathcal{F}$.

Le combinant $\mathcal{E} \equiv < \mathcal{A}\mathcal{B} > = \mathcal{U} \| \Phi$ est le torseur contracté de Φ $\left(\text{ou } \widetilde{\Phi}\right)$, et est en involution avec le faisceau $\mathcal{E} \| \widetilde{\Phi} = 0$.

4. A une sphère s sont *associées* les sphères s' orthogonales à son cercle dérivé $\mathcal{S}$; *cette relation d'association est réciproque*. Les cercles dérivés, et *associés*, $\mathcal{S}$ et $\mathcal{S}'$, de deux sphères associées sont cosphériques, et le transformé par Φ de la paire $\widetilde{ss'}$ est aussi un cercle, qui passe par les points communs à $\mathcal{S}$ et $\mathcal{S}'$. Les cercles $\mathcal{V} \equiv [ss']$, intersections de s et de sphères associées, sont les cercles en involution avec $\widetilde{\Phi}$ et axiaux à $\mathcal{S}$; ceci résulte de

$$(2) \qquad 2s's^2 \| \Phi + (\mathcal{V} \| \mathcal{B}) s\mathcal{A} - (\mathcal{V} \| \mathcal{A}) s\mathcal{B} - 4 s\widetilde{ss'} \| \Phi = 0.$$

$\mathcal{X}$ étant un cercle arbitraire, les équations $\mathcal{V} \| \widetilde{\Phi} = 0$, $\mathcal{V}\mathcal{X} = 0$, donnent en général un seul cercle $\mathcal{V} = \xi\left[[\mathcal{X}\mathcal{A}]_*[\mathcal{X}\mathcal{B}]_*\right]$; le cas d'indétermination caractérise les cercles dérivés $\mathcal{S}$, pour lesquels $[\mathcal{S}(\nu\mathcal{A} + \rho\mathcal{B})] \equiv [\mathcal{S}\mathcal{Q}] = 0$: ces cercles $\mathcal{S}$ sont donc les cercles *incidents* à *un* torseur $\mathcal{Q}$ du faisceau, et la sphère primitive de $\mathcal{S}$ est $[\mathcal{S}\mathcal{T}]_*$, $\mathcal{T}$ restant *arbitraire* dans le faisceau. $\mathcal{C}$ est le seul cercle dérivé incident au faisceau : $[\mathcal{C}\mathcal{A}] = [\mathcal{C}\mathcal{B}] = 0$.

5. Cas *spécial* : les sphères p coïncident; le faisceau comprend *en général* deux cercles non cosphériques, soit $\mathcal{A}$ et $\mathcal{B}$, et les réductions sont considérables. Les sphères orthogonales à $\mathcal{A}$ ou $\mathcal{B}$ n'ayant pas de cercles dérivés déterminés, Φ transforme les tenseurs symétriques en un système linéaire à 4 unités de torseurs orthogonaux à p, et *tous incidents au faisceau*, les cercles dérivés en particulier; *les cercles associés coïncident*.

En géométrie différentielle, avec interprétation euclidienne ou non-euclidienne, on retrouve le théorème de Schönemann et Mannheim.

6. Avec le groupe Γ, les repères ou les *corps* attachés étaient *normés*; pour le groupe général Γ' où les symboles de transformations sont des tenseurs *gauches* $\mathcal{H}' \equiv \eta_1\mathcal{H} + \zeta\mathcal{U}$, ceux-ci comprennent comme cas particuliers des *semi-torseurs*, pour lesquels $\mathcal{H}' \| \mathcal{H}' = 0$. Un faisceau de tenseurs gauches contient en général un torseur et deux semi-torseurs.

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Surfaces déformables avec réseau conique permanent.* Note de M. **Marcel Vasseur**, transmise par M. Goursat.

1. Egoroff, M. Masloff et moi-même [1] avons publié plusieurs Notes sur la déformation avec réseau conjugué permanent; la méthode suivie par Egoroff pour déterminer les réseaux conjugués persistants, avec *une* ou *deux* familles coniques contient une erreur de principe que M. Masloff n'a pas remarquée.

Prenons une surface S rapportée à un réseau conjugué, et les surfaces S_1, S_2, ... qui s'en déduisent par la méthode de Laplace, en même temps que les équations *ponctuelles* relatives à ces réseaux; si S_p est une développable, ni *conique* ni *cylindrique*, il est exact que S_{p+1} se réduit à l'arête de rebroussement de S_p, mais malgré cela *l'équation* E_p *n'a aucun invariant nul*, tandis qu'Egoroff l'a cru; bien que l'application géométrique de la méthode soit arrêtée à S_p, on obtient néanmoins une équation E_{p+1}, à invariant nul, qui est la dernière (au lieu de E_p). Sur S_{p-1} le réseau conjugué comprend une famille de courbes planes. *Si* S_p *est un cône ou cylindre, l'équation* E_p *a un invariant nul et est la dernière.*

En transformant par dualité, comme l'a fait Egoroff, on doit donc raisonner ainsi : si la surface S est rapportée à un réseau conjugué comprenant *une* famille conique, l'équation *tangentielle* E' correspondante fournit *deux* équations E'_1, E'_2 par la méthode de Laplace (et non une seule) si les sommets des cônes ont pour lieu une courbe *gauche;* mais si ce lieu est une courbe *plane*, il n'y a plus qu'une équation E'_1. Soit donc une surface S à réseau conique persistant : l'équation tangentielle E' a ses invariants égaux et donne, si le lieu des sommets des cônes est une courbe *gauche*, deux équations de Laplace, et deux seulement, dans chaque sens. Se borner au nombre un, comme Egoroff, conduit donc nécessairement à un lieu plan.

Si l'on suppose que le réseau persistant est doublement conique, la méthode ponctuelle que j'ai suivie ramène à la recherche d'un mécanisme *déformable :* or pour ce problème, résolu par M. Gambier, les courbes gauches ne donnent que des mécanismes *transformables* et non déformables; il faut donc revenir à deux courbes planes et c'est pour cela que, malgré

[1] Egoroff, *Comptes rendus*, 132, 1901, p. 302, 538 et 1545; 138, 1904, p. 885; 145, 1907, p. 1256. — Masloff, *Ibid.*, 186, 1928, p. 1345. — Vasseur, *Ibid.*, 188, 1929, p. 29.

l'erreur de principe, les résultats donnés par M. Masloff sont exacts et complets; la méthode tangentielle suivie par M. Masloff les donne alors plus aisément que la méthode ponctuelle que j'ai suivie; mais cette dernière est seule à justifier l'exactitude du résultat; j'ai rédigé ma dernière Note sans avoir remarqué que M. Masloff avait épuisé la question, pour ce cas précis, et je dois, avec les rectifications que j'ai faites ici, lui laisser le mérite de la priorité.

Si le réseau persistant comprend une seule famille conique, et si les cônes ont leurs sommets répartis sur une courbe gauche, la méthode tangentielle semble s'imposer et conduit à chercher parmi les équations de Moutard à invariants égaux, dont la suite de Laplace se termine après *deux* essais dans chaque sens (et non un seul essai) celles qui ont trois intégrales quadratiques : ce problème est à traiter et semble ardu.

2. Je signale aussi comment en modifiant la méthode Egoroff-Masloff on arrive plus rapidement aux surfaces à réseau conjugué persistant, comprenant *une* famille conique (ou deux), l'équation tangentielle de Laplace étant supposée n'exiger qu'un essai dans chaque sens. On doit prendre l'enveloppe du plan

$$(1)\quad \begin{cases} [2u_1 - u'_1(u-v)]x + [2u_2 - u'_2(u-v)]y - [2v_3 + v'_3(u-v)]z \\ \qquad + 2(u_4 - v_4) - (u'_4 + v'_4)(u-v) = 0, \\ u_1^2 + u_2^2 \equiv P_4(u), \qquad v_3^2 = -P_4(v). \end{cases}$$

u_1, u_2, u_4 sont fonctions de u seul et v_3, v_4 de v seul; P_4 désigne un polynome arbitraire de degré 4; exprimons que le long de chaque courbe $u=$ const., le plan tangent passe par un point (U_1, U_2, U_3) ne dépendant que de u; en remplaçant dans (1) x, y, z par ces valeurs et dérivant deux fois en v, on obtient $v'''_3 U_3 + v'''_4 \equiv 0$, ce qui prouve que U_3 et $v'''_3 : v'''_4$ sont constants; on retrouve donc ce fait que le lieu des sommets des cônes est, avec les hypothèses faites *a priori*, une courbe plane; on peut donc supposer $U_3 = 0$, $v_4 = 0$ et l'équation (1) entraîne

$$(2)\qquad u_1 U_1 + u_2 U_2 + u_4 = 0, \qquad u'_1 U_1 + u'_2 U_2 + u'_4 = 0$$

ce qui donne la courbe $(U_1, U_2, 0)$ comme enveloppe d'une droite mobile.

Si l'on désire aussi que les lignes $v=$ const. soient coniques, le plan tangent (1) passe par le point (V_1, V_2, V_3) fonction de v seul; exprimant ce fait et dérivant deux fois en u on trouve $u'''_1 V_1 + u'''_2 V_2 + u'''_4 = 0$, ce qui entraîne $u'''_1 = u'''_4 = V_2 = 0$. Donc les nouveaux cônes ont leurs sommets répartis sur une nouvelle courbe plane dans un plan perpendiculaire au plan relatif à l'autre série, et u_1, u_4 sont aussi des polynomes de degré 2.

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Solutions quadratiques des équations de Moutard.* Note de M. **Bertrand Gambier**, transmise par M. Goursat.

1. Divers problèmes de géométrie (surfaces à réseau permanent conjugué, congruences cycliques, systèmes triples) sont liés à l'existence de n intégrales *quadratiques*, $\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_n$ d'une équation de Moutard, c'est-à-dire liés par une relation $\sum_1^n \theta_i^2 = U + V$. Je vais indiquer la solution complète pour l'équation E_p, $\frac{\partial^2\theta}{\partial u\, \partial v} + \frac{p(p+1)\theta}{(u-v)^2} = 0$, où p est un entier (positif). M. Drach a résolu la question pour $p = 1$ ([1]) par une méthode élégante, qui exige des raisonnements délicats; la méthode que je suis n'exige aucun raisonnement subtil et fait retrouver un type de solutions que M. Drach a omis.

2. L'équation E_p ne change pas de forme si l'on soumet u, v à la *même* substitution homographique; l'intégrale générale est obtenue par la formule $\theta_i = (u-v)^{p+1} \frac{\partial^{2p}}{\partial u^p\, \partial v^p}\left(\frac{u_i - v_i}{u-v}\right)$, où u_i et v_i sont deux fonctions arbitraires l'une de u, l'autre de v seul; augmenter u_i d'un polynome *arbitraire* de degré $2p$ en u, et v_i du *même* polynome (en v) ne change pas θ_i. L'équation de définition soit e_0, fournit $U + V$ comme somme de termes fractionnaires en $(u-v)$, d'exposants $2p, 2p-1, \ldots$; une double dérivation en u, v fait disparaître $U + V$ et donne une équation e_1 où $(u-v)$ est en dénominateur avec les exposants $2p+2, 2p+1, \ldots$; mais chose remarquable, les deux premiers termes de e_1 ont leurs coefficients proportionnels aux deux premiers de e_0, de sorte que l'addition $e_0 + \lambda(u-v)^2 e_1$ fournit une nouvelle expression de $U + V$ ne contenant plus $(u-v)$ en dénominateur qu'avec les exposants $2p-2, 2p-3, \ldots$; cette équation nouvelle de définition de $U + V$, soit e_2, traitée comme e_0 précédemment, est ramenée, grâce à une proportionnalité semblable, à une équation e_4 fournissant $U + V$ avec $(u-v)$ en dénominateur à la puissance $2p-4, 2p-5, \ldots$; et ainsi de suite jusqu'à une équation e_{2p} où $U + V$ est donné sans dénominateur; cette fois la double dérivation qui fait disparaître $U + V$ fournit le résultat merveilleusement simple (E), $\sum_1^n u_i^{(2p+1)} v_i^{(2p+1)} \equiv 0$, *dont la forme peut être*

([1]) *Annales de Toulouse*, 2e série, 10, 1908, p. 125-164. — Voir aussi Demoulin, *Académie de Belgique* (*Bulletin de la classe des Sciences*, 5e série, 6, 1920, p. 192).

prévue a priori, grâce aux remarques déjà faites, jointes à ce que l'on peut soumettre les u_i et v_i à la même substitution orthogonale ou encore soumettre u et v à la même substitution homographique.

On sait résoudre l'équation (E); une solution orthogonale permet de la simplifier et de ramener le tableau des (u_i, v_i) à l'une des formes canoniques (1) ou (2)

$$(1) \qquad \begin{vmatrix} u_1 & u_2 & \ldots & u_h & 0 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & 0 & \ldots & 0 & v_{h+1} & v_{h+2} & \ldots & v_n \end{vmatrix}$$

$$(2) \quad \begin{vmatrix} u_1 & i[u_1 + A^1_{2p}(u)] & \ldots & u_k & i[u_k + A^k_{2p}(u)] & u_{2k-1} & \ldots & u_h & \ldots & 0 & \ldots & 0 \\ v_1 & iv_1 & \ldots & v_k & iv_k & 0 & \ldots & 0 & \ldots & v_{h+1} & \ldots & v_n \end{vmatrix}$$

où $A^1_{2p}, A^2_{2p}, \ldots, A^k_{2p}$ sont des polynomes en u de degré $2p$; c'est ce cas (2) qui a été omis par M. Drach; il est extrêmement important, soit qu'il s'applique à des surfaces *imaginaires* devant donner des systèmes cycliques *réels*, soit qu'il s'applique à des surfaces *réelles*, conduisant à une relation $\theta_1^2 + \theta_2^2 + \theta_3^2 - \Theta_1^2 - \Theta_2^2 - \Theta_3^2 = U + V$, auquel cas on poserait $\Theta_1 = i\theta_4$, $\Theta_2 = i\theta_5$, $\Theta_3 = i\theta_6$ et les imaginaires ne figureraient qu'en apparence dans (2).

Cela fait, égalant les deux valeurs de $U + V$ fournies par e_0 et e_2, on arrive aussitôt à des conditions que je n'écris, pour abréger, que pour le cas (1) [un passage à la limite fournit sans difficulté ce qui se rapporte à (2)]. Ce sont :

$$\begin{aligned} &u_1^2 + u_2^2 + \ldots + u_h^2 = P_{4p}(u), && v_{h+1}^2 + \ldots + v_n^2 = -P_{4p}(v), \\ &u_1'^2 + u_2'^2 + \ldots + u_h'^2 = \lambda_1 P''_{4p}(u) + P_{4p-4}(u), && v_{h+1}'^2 + \ldots + v_n'^2 = -\lambda_1 P''_{4p}(v) - P_{4p-4}(v). \\ &u_1''^2 + u_2''^2 + \ldots + u_h''^2 = \lambda_2 P^{\text{iv}}_{4p}(u) + \mu_2 P''_{4p-4}(u) + P_{4p-8}(u). \end{aligned}$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\begin{aligned} [u_1^{(p-1)}]^2 + [u_2^{(p-1)}]^2 + \ldots + [u_h^{(p-1)}]^2 &= \lambda_{p-1} P^{(2p-2)}_{4p}(u) + \mu_{p-1} P^{(2p-4)}_{4p-4}(u) + \ldots + P_4(u), \\ U = [u_1^{(p)}]^2 + \ldots + [u_h^{(p)}]^2 &- \lambda_p P^{(2p)}_{4p}(u) - \mu_p P^{(2p-2)}_{4p-4}(u) - \ldots - \rho_p P''_4(u) - P_0, \\ V = [v_{h+1}^{(p)}]^2 + \ldots + [v_n^{(p)}]^2 &+ \lambda_p P^{(2p)}_{4p}(v) + \mu_p P^{(2p-2)}_{4p-4}(v) + \ldots + \rho_p P''_4(v) - P_0, \end{aligned}$$

où $P_{4p}, P_{4p-4}, \ldots, P_4, P_0$ sont des polynomes *arbitraires* de degré marqué par leur indice inférieur; l'indice supérieur se rapporte à une dérivation; pour abréger, les formules relatives aux v n'ont été écrites que pour les deux premiers rangs : ce sont les mêmes que celles des u (sauf changement de signe de chaque polynome). Les λ_i, μ_i, ... sont des constantes ne dépendant que de p, que l'on obtient sans effort en remarquant qu'en prenant

$$u_2 = u_3 = \ldots = u_h = 0, \qquad u_1 = u^{2p} + C^2_{2p} u^{2p-2},$$

on a $U = 0$; cet artifice revient à remarquer qu'en prenant $n = 2$, les deux

intégrales relatives à $(u_1, 0)$ et $(0, iv_1)$, où u_1 a la forme qui vient d'être donnée et où $v_1 = v^{2p} + C_{2p}^2 v^{2p-2}$ sont manifestement liées par la relation $\theta_1 - i\theta_2 = 0$ ou $\theta_1^2 + \theta_2^2 = 0$.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur le prolongement analytique d'une fonction donnée par son développement en série de Taylor.* Note de M. **Alexandre Ghika**, présentée par M. Hadamard.

Considérons un domaine D, situé à distance finie, à connexion simple ou multiple d'ordre fini, limité par un contour rectifiable C et, de plus, contenant l'origine.

Soit $f(x)$ une fonction holomorphe au voisinage de l'origine, définie par son développement en série de Taylor :

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n.$$

Considérons l'équation intégrale

$$(1) \qquad f(x) = \frac{1}{2\pi i}\int_C \frac{F(z)}{z-x}\,dz,$$

l'intégrale étant prise, le long du contour C, dans le sens direct relativement à la normale intérieure au domaine D.

Soit $\varphi_n(t)$ le système orthogonal et normal qu'on déduit par orthogonalisation le long de C, de la suite de fonctions $\frac{1}{2\pi i}\,\frac{1}{t^{n+1}}$ ($n = 0, 1, 2, \ldots, +\infty$). Ce système est de la forme

$$\varphi_n(t) = \varphi_{0n}\frac{1}{t} + \varphi_{1n}\frac{1}{t^2} + \ldots + \varphi_{nn}\frac{1}{t^{n+1}}.$$

La condition nécessaire et suffisante pour que l'équation (1) *admette une solution* $F(z)$ *de carré de module sommable et telle que la différence*

$$F(\zeta) - \frac{1}{2\pi i}\int_C \frac{F(z)}{z-x}\,dz,$$

ζ *étant un point du contour* C *ne faisant pas partie d'un certain ensemble de points de* C *de mesure nulle et* x *un point du domaine ouvert* D, *tende vers*

zéro avec $\zeta - x$, suivant tout chemin non tangent à C, est que la série

$$(2)\qquad \sum_{n=0}^{\infty}{}' |a_0\varphi_{0n} + a_1\varphi_{1n} + \ldots + a_n\varphi_{nn}|^2$$

soit convergente.

Cette condition reste encore nécessaire et suffisante quand on fait dans la série (2), $a_0 = a_1 = \ldots = a_p = 0$, pourvu que le nombre p soit fini.

Posons, pour x dans le domaine ouvert D,

$$\psi_n(x) = \frac{1}{2\pi i}\int_C \frac{\overline{\varphi_n(z)}}{z - x}\,ds \qquad (ds = |dz|),$$

l'intégrale étant prise dans le même sens que celle de l'équation (1) et $\overline{\varphi_n(z)}$ désignant la quantité imaginaire conjuguée de $\varphi_n(z)$, et, pour x sur C,

$$\psi_n(x) = \overline{\varphi_n(x)}\,\frac{ds}{dx},$$

$\dfrac{ds}{dx}$ désignant l'un des nombres dérivés de la fonction $s(x)$.

La suite de fonctions $\psi_n(x)$ forme un système orthogonal et normal le long de C. Ces fonctions possèdent les mêmes propriétés que celles imposées précédemment à la fonction F(x) et, de plus, vérifient les conditions

$$\int_\gamma \psi_n(x)\varphi_m(x)\,dx = \begin{cases} 1 & (n = m), \\ 0 & (n \neq m) \end{cases}$$

$$(n,\ m = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots,\ +\infty),$$

γ étant un cercle complètement intérieur au domaine fermé D et ayant l'origine pour centre.

En supposant que la série (2) soit convergente, on a

$$F(x) = \sum_{n=0}^{\infty}{}' (a_0\varphi_{0n} + a_1\varphi_{1n} + \ldots + a_n\varphi_{nn})\,\psi_n(x),$$

cette série convergeant *absolument* et *uniformément* dans tout domaine complètement intérieur au domaine fermé D et *en moyenne* le long de C.

De plus, il existe une infinité de suites partielles

$$\sum_{n=0}^{n=n_p} (a_0\varphi_{0n} + a_1\varphi_{1n} + \ldots + a_n\varphi_{nn})\psi_n(x),$$

$$\lim_{p=\infty} n_p = \infty$$

qui convergent vers $F(x)$ dans tout le domaine fermé D, excepté au plus sur un ensemble de points de C de mesure nulle.

Cette méthode permet donc d'obtenir, très simplement, le prolongement de la fonction $f(x)$ (quand toutefois il est possible) dans tout le domaine fermé D, excepté au plus sur un ensemble de points de C de mesure nulle.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur une forme géométrique du théorème fondamental de Cauchy*. Note de M. **D. Pompeiu**.

1. Considérons, dans le plan de la variable complexe z, deux contours fermés C et C′ se correspondant par la relation

(1) $$z' = F(z).$$

Supposons, de plus, que l'on ait

(2) $$dz' = f(z)\,dz,$$

ce que l'on peut exprimer en disant que $F(z)$ est monogène *le long de* C; mais ici il n'est pas question de fonctions holomorphes ni de véritable monogénéité : il s'agit seulement de deux relations (1) et (2) vérifiées le long des contours correspondants C et C′.

Il est clair que, grâce à (2), on peut obtenir le contour C′, à partir de C, au moyen d'une intégration : $\int f(z)\,dz$.

2. En effet, au lieu des deux contours C et C′ on prend d'abord un polygone $z_0, z_1, \ldots, z_k, \ldots$ inscrit dans C et l'on considère l'opération

(3) $$\Sigma f(\zeta_k)(z_{k+1} - z_k)$$

et ensuite on passe à la limite.

Mais il importe de nous arrêter à l'opération (3) : cette opération, qui fait correspondre, en passant à la limite, C′ à C, consiste dans la transformation géométrique suivante :

Le contour C est, provisoirement, remplacé par un polygone formé de vecteurs V_k ou $(z_{k+1} - z_k)$, mis bout à bout (somme géométrique) et donnant une somme nulle; l'opération (3) change chaque vecteur V_k au moyen de l'opération

$$f(\zeta_k)(z_{k+1} - z_k) = f_k . V_k$$

en un vecteur V'_k dont la *longueur* est amplifiée proportionnellement à $|f_k|$ et dont *l'orientation* est modifiée par une rotation d'un angle égal à l'argu-

ment de f_k; donc le vecteur

$$V'_k = f_k . V_k \tag{4}$$

est *donné à une translation près* (vecteur libre, dans le plan).

Les vecteurs tels que V'_k peuvent être mis bout à bout (somme géométrique) dans leur ordre de succession et l'on peut se proposer (comme un problème plus simple, avant de traiter de la fermeture de la ligne C') la question de savoir dans quelles conditions la ligne polygonale formée par les V'_k se fermera.

Supposons-la fermée : alors, décomposant le polygone formé par les V_k en triangles, le polygone des V'_k sera décomposé en triangles homologues et la condition de fermeture, remplie pour chacun des triangles homologues, assurera la fermeture du polygone des V'_k.

Mais, pour un seul triangle, la condition de fermeture de la ligne formée par les V'_k est très simple :

Soient trois vecteurs $V_1 = z_3 - z_2$, $V_2 = z_1 - z_3$ et $V_3 = z_2 - z_1$, formant un triangle et considérons trois autres vecteurs

$$V'_1 = \varphi_1 . V_1, \qquad V'_2 = \varphi_2 . V_2 \qquad \text{et} \qquad V'_3 = \varphi_3 . V_3$$

(les φ étant trois nombres complexes), les vecteurs V' obtenus par suite au moyen d'opérations du type (4). On vérifie sans peine que : *la condition nécessaire et suffisante pour que les vecteurs* V'_1, V'_2, V'_3, mis bout à bout, *donnent un contour fermé* (somme géométrique nulle) *est que le triangle formé par les points* φ_1, φ_2, φ_3 *soit semblable au triangle des* z_1, z_2, z_3 : soit

$$\varphi_1(z_3 - z_2) + \varphi_2(z_1 - z_3) + \varphi_3(z_2 - z_1) = 0. \tag{5}$$

C'est la condition de *fermeture*.

On peut dire aussi que les φ_1, φ_2, φ_3 sont les valeurs pour z_1, z_2 et z_3 d'une certaine fonction *linéaire*

$$\varphi(z) = a + bz.$$

Ainsi, toutes les fois que deux lignes polygonales fermées se correspondent, si l'on partage en triangles correspondants ces deux polygones, la condition de similitude (5) est remplie par les multiplicateurs φ relatifs à chacun des triangles homologues.

Inversement, pour transformer, au moyen d'une opération du genre (4), un polygone fermé en un autre polygone fermé (le premier étant supposé partagé en triangles), il faut et il suffit que les multiplicateurs relatifs à chacun des triangles remplissent la condition de similitude (5).

3. Si l'on passe maintenant des polygones aux courbes C et C' (du n° 1) on voit que le *phénomène élémentaire* dans l'opération de fermeture du con-

tour C′, transformé de C par l'opération (2), se trouve dans la condition (5) remplie pour toute transformation de triangle infiniment petit, dans C, en homologue infiniment petit, dans C′.

Mais l'application la plus intéressante est celle qu'on fait aux fonctions holomorphes (théorème fondamental de Cauchy) :

La nullité de l'intégrale

$$\int_C f(z)\,dz \tag{6}$$

le long de tout contour fermé C revient à la fermeture du contour C′, obtenu à partir de C, par la relation différentielle (2) et, par suite, par l'opération intégrale (6).

Or Jordan (*Cours d'Analyse*, I, 3e édition, p. 184-185) a montré que la condition de monogénéité de $f(z)$ est susceptible « d'une interprétation géométrique remarquable ». Si l'on pose $u = f(z)$: tout triangle *infiniment petit* z_1, z_2, z_3 est semblable au triangle correspondant; *infiniment petit* u_1, u_2, u_3.

Mais c'est là justement la condition de fermeture des triangles infiniment petits dont se compose l'intérieur de C′; ces triangles étant les homologues, par (2) et (6), des triangles infiniment petits en lesquels on a décomposé l'intérieur de C.

On a ainsi, en quelque sorte, une *explication géométrique* du théorème fondamental de Cauchy.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur les maximums et minimums* relatifs *des fonctions de variables réelles.* Note de M. **Alex. Froda**, présentée par M. Émile Borel.

Soient $f(P)$ une fonction uniforme de n variables réelles, définie sur un ensemble parfait π, et t une valeur donnée arbitrairement. Si $\Phi(P)$ et $\varphi(P)$ sont obtenues en bornant $f(P)$ inférieurement ou supérieurement à la valeur t, on désignera par $l(\mathfrak{P})$ le minimum de $\Phi(P)$ et par $L(\mathfrak{P})$ le maximum de $\varphi(P)$ au même point $\mathfrak{P}$. On obtient, de la sorte, les *minimum* $l(\mathfrak{P})$ *et maximum* $L(\mathfrak{P})$ *de* $f(P)$, *au point* $\mathfrak{P}$, *relatifs à* t et il y aura $L(\mathfrak{P}) \leqq l(\mathfrak{P})$. D'autre part si $M(\mathfrak{P})$ et $m(\mathfrak{P})$ sont les maximum et minimum de $f(P)$ en $\mathfrak{P}$, au sens habituel, on a $M(\mathfrak{P}) = L(\mathfrak{P})$ relatif à $+\infty$ et $m(\mathfrak{P}) = l(\mathfrak{P})$ relatif à $-\infty$.

Supposons définies deux classes A et B d'ensembles E de points P de π, telles que tout E, appartenant à π, soit un A ou un B et que : a. tout sous-

ensemble d'un A est un A; *b*. la somme d'un nombre fini ou dénombrable d'ensembles A est un A; *c*. l'ensemble π est un B.

Soient $M_A(\mathfrak{P}, f)$ et $m_A(\mathfrak{P}, f)$ les maximum et minimum de $f(P)$ (au sens habituel), lorsqu'on néglige les ensembles de classe A [1]. Posons

$$l_A(\mathfrak{P}) = m_A(\mathfrak{P}, \Phi) \quad \text{et} \quad L_A(\mathfrak{P}) = M_A(\mathfrak{P}, \varphi)$$

et appelons $L_A(\mathfrak{P})$ et $l_A(\mathfrak{P})$ *respectivement, les maximum et minimum de* $f(P)$ *en* $\mathfrak{P}$ *relatifs à t, lorsqu'on néglige les ensembles de classe* A.

I. *Sauf pour un ensemble de classe* A *au plus, on a en tout point* P *de* π *soit* $f(P) \geqq l_A(P)$, *soit* $f(P) \leqq L_A(P)$, L_A *et* l_A *étant relatifs à un t donné.*

La démonstration s'appuie sur l'inversion $F(P) = 1 : [f(P) - t]$, qui transforme f en F et réciproquement, en faisant correspondre le maximum (minimum) de $f(P)$, relatif à t, au minimum (maximum) de $F(P)$, au sens habituel. Mais, sauf pour un A, au plus, on a eu les inégalités

$$m_A(\mathfrak{P}, F) \leqq F(P) \leqq M_A(\mathfrak{P}, F),$$

ce qui par l'inversion réciproque donne la proposition I.

Désignons par lim $f(P)$ *pour* $P = \mathfrak{P}$ (*sur* E) la limite unique, si elle existe, de $f(P)$ au point $\mathfrak{P}$, pour toute suite indéfinie de points P, extraite d'un ensemble E déterminé.

II. *Sauf pour un ensemble exceptionnel de classe* A *au plus, on a en tout point* P *de* π *l'égalité* $f(\mathfrak{P}) = \lim f(P)$ *pour* $P = \mathfrak{P}$(*sur* E), E *étant un ensemble convenable de classe* B, *attaché au point* $\mathfrak{P}$.

Selon I, $f(P)$ ne sera en effet intérieur à l'intervalle ouvert $[L_A(P), l_A(P)]$ relatif à une valeur t_n, que pour un ensemble H_n de classe A, défini sur π. Soit H l'ensemble somme de tous les H_n, lorsque les t_n appartiennent à un ensemble dénombrable, partout dense dans l'intervalle $(-\infty, +\infty)$. Si $\mathfrak{P}$ est un point où l'égalité à démontrer n'est pas satisfaite, il appartient à H.

En effet, dans cette hypothèse, si l'on pose $t = f(\mathfrak{P})$, l'on voit que t sera intérieur à l'intervalle ouvert $[L_A(\mathfrak{P}), l_A(\mathfrak{P})]$ relatif à t. En y prenant un t_n intérieur quelconque, les $L_A(\mathfrak{P})$ et $l_A(\mathfrak{P})$ relatifs à t_n seront les mêmes. Donc $\mathfrak{P}$ appartient à H_n et l'ensemble où l'égalité (II) n'est pas satisfaite est un sous-ensemble de H, qui est de classe A.

---

(1) Pour les définitions et résultats antérieurs, voir *Comptes rendus*, **186**, 1928, p. 728 et 1350; **187**, 1928, p. 274, et **188**, 1929, p. 224.

Des définitions et propositions pareilles restent valables pour les fonctions multiformes [1].

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur une fonction transformant tout ensemble non dénombrable en un ensemble de deuxième catégorie.* Note de M. **W. Sierpinski**, présentée par M. Émile Borel.

Le but de cette Note est de démontrer un théorème qui résout une question qui m'a été posée par M. N. Lusin. C'est le théorème suivant :

Théorème. — *Si* $2^{\aleph_0} = \aleph_1$, *il existe une fonction d'une variable réelle* $f(x)$, *telle que, quel que soit un ensemble* E *non dénombrable*, $f(E)$ *est un ensemble de deuxième catégorie.*

Démonstration. — En 1914 M. Lusin a démontré que si $2^{\aleph_0} = \aleph_1$, il existe un ensemble H de nombres réels de puissance du continu, ayant en commun avec tout ensemble parfait non dense un ensemble au plus dénombrable de points [2]. Tout ensemble de première catégorie étant contenu dans une somme d'une infinité dénombrable d'ensembles parfaits non denses, l'ensemble H a, en commun avec tout ensemble de première catégorie un ensemble au plus dénombrable de points. Il en résulte que tout sous-ensemble non dénombrable de H est de deuxième catégorie.

L'ensemble H étant de puissance $2^{\aleph_0}$, il existe une correspondance biunivoque entre l'ensemble X de tous les nombres réels et l'ensemble H : soit f une fonction établissant cette correspondance ; je dis qu'elle satisfait à la condition de notre théorème.

---

(1) Le *Bulletin des Sciences mathématiques* (2e série, 52, 1928, p. 265-280) reproduit le texte d'une conférence de M. W. H. Young, de mai dernier, sur « La symétrie de structure des fonctions de variables réelles », dont je viens de prendre connaissance après la rédaction de cette Note. Je me fais un devoir de signaler ses résultats, dont j'ai retrouvé indépendamment ma proposition I d'une Note précédente (*Comptes rendus*, 187, 1928, p. 274) et le cas particulier de la proposition II ci-dessus, où l'ensemble exceptionnel est dénombrable. M. Young conclut, pour une seule variable,

$$f(\mathfrak{Q}) = \lim f(P),$$

sans préciser toutefois que la limite unique est atteinte sur un ensemble non dénombrable. Mes résultats, conçus et étudiés à un point de vue différent, dépassent ceux de M. Young ou s'en écartent notablement.

(2) *Comptes rendus*, 158, 1914, p. 1258 ; cf. aussi *Fund. Math.*, 6, 1923, p. 154-155, et 13, 1928, p. 197.

En effet, soit E un ensemble non dénombrable. La fonction $f(x)$ établissant une correspondance biunivoque entre X et H, il est évident que $f(E)$ est un sous-ensemble non dénombrable de $f(X)=H$, donc, d'après la propriété de l'ensemble H, $f(E)$ est un ensemble de deuxième catégorie.

Notre théorème est ainsi démontré.

Il est à remarquer qu'en partant, au lieu de l'ensemble H, d'un ensemble de puissance du continu dont tout sous-ensemble non dénombrable est non mesurable (L) [1], on prouverait de même que *si* $2^{\aleph_0}=\aleph_1$, *il existe une fonction d'une variable réelle qui transforme tout ensemble non dénombrable en un ensemble non mesurable* (L).

MÉCANIQUE RATIONNELLE. — *Sur les conditions de validité du principe d'Hamilton*. Note [2] de M. **Z. Horák**, présentée par M. Brillouin.

Pour déduire le principe d'Hamilton, on suppose toujours que les opérateurs d et δ, correspondant au mouvement réel et au déplacement virtuel, appliqués aux paramètres holonomes x^λ ($\lambda, \mu = 1, 2, \ldots, n$) soient *échangeables*. Or il faut souligner le fait qu'*on ne le peut pas supposer simultanément pour tous les* x^λ, *si le système est soumis à des liaisons non intégrables* [3]. Heureusement cette supposition n'est pas nécessaire et l'on s'assure aisément que la condition nécessaire et suffisante pour la validité du principe en question est donnée par l'équation unique (je supprime les signes de sommation) :

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{x}^\lambda}\,\delta\, dx^\lambda = \frac{\partial T}{\partial \dot{x}^\lambda}\, d\,\delta x^\lambda, \tag{1}$$

où T signifie l'énergie cinétique. Cette condition n'est pas en contradiction avec des liaisons non holonomes, ce qui justifie le procédé habituel, consistant à confondre les deux membres de l'équation ci-dessus. Mais seulement pour les systèmes holonomes, elle peut être remplacée par les n conditions $\delta dx^\lambda = d\delta x^\lambda$ et je vais montrer, en me bornant aux liaisons scléronomes,

---

(1) Quant à l'existence d'un tel ensemble, si $2^{\aleph_0}=\aleph_1$, voir *Fund. Math.*, 5, 1922, p. 184, et 13, 1928, p. 195.

(2) Séance du 18 février 1929.

(3) Cf. G.-C. Souslov, *Matematitcheski Sbornik*, **22**, 1901, p. 687; P. Woronetz, *Math. Ann.*, **70**, 1911, p. 410; Z. Horák, *Sur les systèmes non holonomes* (*Bulletin int. de l'Académie de Bohême*, **37**, 1928, p. 1-18).

comment on peut satisfaire à l'équation (1) dans le cas des systèmes non holonomes.

Si nous exprimons, en vertu de liaisons, les dx^λ au moyen des $m(<n)$ différentielles des paramètres indépendants et, en général, non holonomes q^k $(i, j, k, l=1, 2, \ldots, m)$ en posant

$$(2)\qquad dx^\lambda = B^\lambda_l\, dq^l, \qquad \delta x^\lambda = B^\lambda_l\, \delta q^l, \qquad 2\mathrm{T} = b_{\lambda\mu}\dot{x}^\lambda \dot{x}^\mu = a_{kl}\dot{q}^k \dot{q}^l,$$

et si nous exigeons que la relation (1) soit remplie pour tous les mouvements compatibles avec les liaisons, nous obtiendrons

$$b_{\lambda\mu} B^\mu_l (\delta\, dx^\lambda - d\,\delta x^\lambda) = 0 \qquad (l=1, 2, \ldots, m),$$

ce qui entraîne pour les paramètres indépendants les m relations

$$(3)\qquad \delta\, dq^k = d\,\delta q^k + \Pi^k_{ij}\, dq^i \delta q^j \qquad \left(\Pi^k_{ij} = a^{kl} b_{\lambda\mu} B^\lambda_l \left\{\frac{\partial B^\mu_j}{\partial q^i} - \frac{\partial B^\mu_i}{\partial q^j}\right\}\right).$$

Mais c'est l'introduction de la *différentielle* et de la *variation covariantes*, définies pour un vecteur v^k par les égalités (¹)

$$(4)\qquad \mathfrak{d} v^k = dv^k + \Theta^k_{ij} v^i dq^j, \qquad \mathfrak{J} v^k = \delta v^k + \Theta^k_{ij} v^i \delta q^j,$$

$$(5)\qquad \Theta^k_{ij} = \left\{ {ij \atop k} \right\} + \frac{1}{2}(\Pi^k_{ji} + a_{ir} a^{ks} \Pi^r_{sj} + a_{jr} a^{ks} \Pi^r_{si})$$

qui nous permet de faire ressortir la signification simple et invariante de nos conditions et d'écrire

$$(6)\qquad \mathfrak{J}\, dq^k = \mathfrak{d}\, \delta q^k \qquad (k=1, 2, \ldots, m).$$

Il en résulte le théorème : *Les q^k étant les paramètres indépendants holonomes ou non d'un système scléronome quelconque,* T *sa demi-force vive et* Q_k *les composantes de la force résultante, la formule*

$$(7)\qquad \int_{t_0}^{t_1} (\delta \mathrm{T} + Q_k \delta q^k)\, dt = 0$$

a lieu pour tous les déplacements virtuels s'annulant aux moments t_0, t_1 *et satisfaisant aux conditions* (6).

Le principe (7) donne les équations du mouvement par la marche habituelle, en tenant compte des équations (1) ou (3), mais le calcul devient

(¹) Je regarde l'espace non holonome des configurations du système comme un espace riemannien, ayant a_{ik} pour le tenseur fondamental (*loc. cit.*).

extrêmement simple si l'on se sert des opérateurs (4) et des conditions (6). En effet, les $\mathfrak{d}$ et $\mathfrak{D}$ appliqués aux invariants se confondent avec d et δ et l'on a, d'après les règles connues ([1]),

$$\delta T\,dt - \mathfrak{D}\left(\frac{1}{2}p_k\,dq^k\right) - p_k\mathfrak{D}\,dq^k - \mathfrak{d}(p_k\,\delta q^k) \quad \mathfrak{d}p_k\,\delta q^k.$$

de sorte que l'équation (7) devient

$$\int_{t_0}^{t_1} \{(Q_k\,dt - \mathfrak{d}p_k)\,\delta q^k + d(p_k\,\delta q^k)\} = 0.$$

Alors on obtient les équations du mouvement sous la forme covariante

$$\frac{\mathfrak{d}p_k}{dt} = Q_k \quad \left(p_k = \frac{\partial T}{\partial \dot{q}^k}\right)$$

qui, en raison de (4) et (5), sont identiques aux équations connues ([2]).

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Deux remarques sur l'équation de Dirac.* Note de M. **D. Iwanenko**, présentée par M. Brillouin.

Le but de cette Note est de contribuer à élucider le sens physique des matrices γ_i de l'équation de Dirac $(\gamma_i u_i + 1)\psi = 0$ et de suggérer une interprétation géométrique de l'équation correspondante du second ordre.

Nous désignons les matrices par des lettres grecques :

$$u_i = \frac{1}{mc}p_i = \frac{1}{mc}\left(\frac{h}{i}\frac{\partial}{\partial x_i} + e\varphi_i\right).$$

Breit ([3]) a montré que les quatre matrices γ_i sont les analogues quantiques de la vitesse relativiste $\frac{dx_i}{ds}$ de la mécanique corpusculaire. Alors le courant quantique $j = \psi\gamma_i\psi^\star$ pourrait être interprété comme l'équivalent du courant corpusculaire $j = \rho u_i$ (ou $\rho \sim \psi\psi^\star$). Nous traduisons encore le ten-

---

([1]) Pour suggérer la marche suivante même par la forme du principe, on pourrait, dans les équations (6), (7) et conséquemment partout dans le calcul, remplacer les signes d, δ par $\mathfrak{d}$, $\mathfrak{D}$.

([2]) Voir mon travail (*loc. cit.*).

([3]) G. Breit, *Proc. Nat. Acad.*, 14, 1928, p. 553.

seur $T_{ik} = mu_i u_k$ de la même manière en langage quantique sous la forme

$$T_{ik} = \frac{1}{2}\{\psi p_k \gamma_i \psi^* + \psi^* \gamma_k p_i \psi\}$$

(c'est-à-dire l'expression équivalente à la formule habituelle).

Enfin le terme typique de l'énergie mutuelle magnéto-électrique de deux électrons $E_c = \frac{e^2}{r} vv'$ s'écrira comme

(1) $$E_q = \frac{e^2}{r}\gamma_i \gamma'_k.$$

Alors, abstraction faite du sens corpusculaire de la vitesse, et douant les cosinus γ_i d'un caractère universel, nous voulons les prendre pour les éléments d'une métrique nouvelle. En posant pour le tenseur fondamental

(2) $$\gamma_{ik} = \gamma_i \gamma_k,$$

nous avons d'une part la partie symétrique $\sigma_{ik} = \frac{\gamma_i\gamma_k + \gamma_k\gamma_i}{2}$, et d'autre part la partie antisymétrique $\alpha_{ik} = \frac{\gamma_i\gamma_k - \gamma_k\gamma_i}{2}$. Si nous remplaçons les g_{ik} de l'équation de Schrödinger ne contenant pas l'effet de pivotement de l'électron $(g_{ik}u_i u_k + 1)\psi = 0$ par les γ_{ik}, la partie symétrique $\left(\sigma_{ik}\frac{u_i u_k + u_k u_i}{2} + 1\right)$ correspondra aux termes habituels de l'équation (multipliés encore par une matrice unité). Le produit de α_{ik} par $\frac{u_i u_k - u_k u_i}{2}$ nous donne précisément les termes additifs de pivotement, parce que la partie antisymétrique de $u_i u_k$ n'est autre chose que le champ électromagnétique F_{ik} et nous avons le droit de considérer α_{ik} comme l'analogue quantique du moment magnéto-électrique. L'identification de la partie symétrique de γ_{ik} avec $g_{ik}\delta$ (c'est-à-dire des g_{ik} habituels multipliés par la matrice unité δ), comme l'a déjà remarqué Tetrode, est la généralisation immédiate de la relation conçue

$$\frac{\gamma_i\gamma_k + \gamma_k\gamma_i}{2} = \delta_{ik} = \begin{cases} 0 & (i \neq k), \\ 1 & (i = k), \end{cases}$$

on peut tirer ce résultat de l'identité $1 = g_{ik}(\gamma_{ik})_{\text{sym}}$.

La formule $\gamma_{ik}^{ac} = \sum_b \gamma_i^{ab}\gamma_k^{bc}$ pour les éléments de la matrice γ_{ik} peut être regardée comme la généralisation de la relation habituelle : $g_{ik} = \sum_a h_i^a h_k^a$, où h_i^a forment les cosinus d'une direction i par rapport aux axes orthogo-

naux $a = 1, 2, 3, 4$. Remarquons qu'Einstein préfère, dans ses travaux récents, construire la métrique avec des h_i^a et non avec des g_{ik}, comme éléments primitifs.

La condition de l'invariance de l'équation de Dirac exige que nous puissions toujours, la transformation des coordonnées étant effectuée, retourner aux valeurs primitives des γ_i par une transformation canonique; ainsi tous les systèmes possibles des γ_i forment ou un groupe seulement, ou plusieurs classes « non commutantes ». De même Einstein exige pour les h_i l'invariance par rapport aux rotations possibles.

Au lieu de faire correspondre aux h_i les colonnes des matrices γ_i, nous pouvons faire correspondre à chaque h_i une matrice entière et construire la géométrie matricielle en partant de ce point. (Je dois cette remarque à une discussion avec M. Isacson.) En effet, il est bien connu que chaque matrice à quatre colonnes peut être représentée comme une force linéaire de seize matrices indépendantes. En introduisant les conditions d'orthogonalité nous écrivons pour une matrice quelconque $\gamma = \sum_{1}^{16} a_i \pi_i$, où π_i sont des vecteurs matriciens orthogonaux. Alors, le coefficient $a_i = \gamma \pi_i$.

Il serait intéressant d'introduire les γ_i (ou les *matrices* h_i) en gravifique pour faire la liaison avec la théorie de quanta.

PYROMÉTRIE. — *Réalisation du corps noir au point de fusion du palladium par la méthode du tube.* Note [1] de MM. G. **Ribaud** et S. **Nikitine**, présentée par M. A. Cotton.

L'emploi d'un tube de métal, chauffé électriquement et percé d'un trou, permet la réalisation facile du corps noir sans faire intervenir de produit réfractaire susceptible de souiller le métal. Seul Ives a jusqu'ici employé une telle méthode pour l'obtention du corps noir au point de fusion du platine. Les anomalies observées par l'auteur l'ont conduit à franchir les 100 derniers degrés en 1 minute, pour « éviter les changements dans les conditions des réflexions ».

Une première étude, effectuée par l'un de nous sur le platine, nous a amenés à conclure que, pour éviter l'influence du dépoli superficiel qui se

---

(1) Séance du 18 février 1929.

produit sur un métal porté à haute température, il convient de prendre un tube dont le diamètre est faible par rapport à la longueur.

Nos mesures ont porté sur des tubes de palladium très pur, de diamètre $1^{mm},5$, d'épaisseur $0^{mm},05$, de longueur 80^{mm} et percés d'un trou de $0^{mm},3$. Les pointés étaient effectués au moyen d'un pyromètre de précision à disparition de filament, le courant dans le filament tare était mesuré au potentiomètre. La discussion complète montre qu'il convient de pointer dans un plan vertical faisant avec le plan passant par le trou et l'axe du tube un angle de 10 à 15°, et de viser dans une direction faisant avec l'horizontale un angle de 3 à 4°; la brillance de l'enceinte, même à surface intérieure dépolie, diffère de celle du corps noir de moins de $\frac{1}{500}$.

Pour orienter facilement le tube dans toutes les directions autour de son axe vertical et régler avec précision la tension mécanique supportée par la partie centrale du tube nous avons adopté le montage suivant.

La partie supérieure du tube est soudée à une monture susceptible de tourner autour de l'axe du tube, le courant électrique est introduit dans une rigole circulaire remplie de mercure. La partie inférieure est soudée à une pièce de cuivre dont une partie plonge dans un godet de mercure servant de seconde amenée du courant; en réglant convenablement la forme et les dimensions de la pièce servant de flotteur on peut régler de façon précise la tension du tube.

Une résistance est mise en série sur le tube; par un choix convenable de cette résistance et de la force électromotrice aux bornes de l'ensemble, on peut obtenir que, du fait de l'évaporation lente du métal, la température au centre du tube reste constante (¹) ou au contraire monte assez lentement pour qu'on puisse suivre au pyromètre la montée de la température et extrapoler avec précision au point de fusion.

Les nombreuses mesures, effectuées sur des tubes dans lesquels la tension mécanique reste inférieure à $2,5\,g/mm^2$, fournissent des courants tare extrêmement concordants; l'écart *maximum* par rapport à la moyenne correspond à un écart en brillance voisine de $\frac{1}{200}$ (0°,8). La méthode du tube, ainsi mise en œuvre, permet donc la réalisation commode d'un excellent repère pyrométrique.

Anomalie du palladium. — Dès que la tension mécanique dépasse $2,5\,g/mm^2$ la température de rupture du tube s'abaisse *brusquement* de 8°, pour rester ensuite constante; le phénomène se présente avec une parfaite

(¹) Au moyen d'une résistance en dérivation sur le tube, on peut faire monter la température par sauts de 1 à 2° seulement.

régularité. Cette particularité, nullement gênante au point de vue pyrométrique, semble devoir s'expliquer par une transformation allotropique du palladium à 8° au-dessous de sa fusion. Cette anomalie se retrouve sur les courbes de refroidissement obtenues par Hoffmann; Burgess et Waltenberg ont également signalé que le palladium fondu, puis refroidi, « garde le pouvoir émissif qu'il a à l'état fondu un certain temps après la solidification du métal ». Il est en outre intéressant de rappeler que Day et Sosman, dans leurs mesures de la température de fusion du palladium au thermomètre à gaz ont trouvé un nombre trop faible de 8°, sans que cette différence ait jamais trouvé d'explication.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur la théorie électronique des mauvais contacts.* Note [1] de M. H. **Pélabon**, présentée par M. G. Ferrié.

Quand les conducteurs sont en parfait contact et qu'un champ existe, les électrons libres se déplacent d'un mouvement d'ensemble avec une très grande vitesse et la loi d'Ohm est vérifiée.

Si au contraire les conducteurs sont séparés par un très faible intervalle dans lequel les couches électroniques superficielles se pénètrent, il y a pour ainsi dire évaporation d'une partie des électrons sur l'une des surfaces et condensation sur l'autre, ce modé de transport est beaucoup plus lent, il dépend de la valeur du champ.

Ces observations sont fondamentales, en s'appuyant sur elles on peut expliquer tous les faits observés avec les mauvais contacts.

1° *Courants continus.* — Soit un circuit formé d'un seul conducteur; établissons entre deux points une différence de potentiel V, à cause de la lenteur relative du transport des électrons dans le contact imparfait, il y a accumulation de ceux-ci sur l'une des surfaces, le système fonctionne à la manière d'un condensateur de capacité $\frac{S}{4\pi e}$, la charge négative $\frac{SV}{4\pi e}$ est soumise au champ $\frac{V}{e}$. Il est naturel d'admettre que l'intensité i du courant qui traverse le diélectrique est proportionnelle : 1° à la charge accumulée, 2° au champ, 3° au nombre d'électrons que la surface laisse passer, ce nombre est d'ailleurs proportionnel au nombre d'électrons libres par unité de volume dans le

---

[1] Séance du 18 février 1929.

métal et par suite à la conductivité C,

$$i = \frac{\alpha S C V^2}{4\pi e^2}.$$

Pour le circuit entier on a donc

$$i = a C V^2 + b V.$$

Si le circuit comprend deux conducteurs différents A et A', de conductivités C et C', on trouve, pour l'intensité du courant :

Dans le sens A — A',

$$i = a C' V^2 + b V;$$

Dans le sens A' — A,

$$i' = a C V^2 + b V;$$

le courant le plus intense est dirigé vers le conducteur de moindre résistance. La caractéristique d'un tel contact est dissymétrique, elle comprend deux arcs de paraboles.

2° *Courants alternatifs.* — Prenons de suite le cas général, celui d'un contact formé de deux corps différents A et A', et supposons qu'une force électromotrice $V + v_0 \cos\omega t$ agit dans le sens A — A'. Si nous considérons d'abord e comme invariable et la période $\frac{2\pi}{\omega}$ assez grande (grandes ondes), la quantité d'électricité négative appelée sur A pendant le temps $\frac{\pi}{\omega}$ d'une demi-période est

$$\alpha S C' v_0 \int_{-\frac{\pi}{2\omega}}^{\frac{\pi}{2\omega}} \cos\omega t \,[V + v_0 \cos\omega t]\, dt;$$

l'intensité moyenne i est, dans le sens C — C',

$$i = \frac{\alpha C' S v_0}{4\pi e^2}\left[\frac{v_0}{2} + \frac{2V}{\pi}\right];$$

pour la demi-période suivante, l'intensité i' dans le sens C' — C,

$$i' = \frac{\alpha C S v_0}{4\pi e^2}\left[\frac{v_0}{2} - \frac{2V}{\pi}\right].$$

Le courant dû aux ondes est

$$I_R = \frac{\alpha S v_0}{4\pi e^2}\left[\frac{v_0}{2}(C - C') - \frac{2V}{\pi}(C + C')\right].$$

Cette formule donnant l'intensité du courant rectifié est d'accord avec les résultats expérimentaux.

Je compte développer dans un autre Recueil la discussion de la formule donnant I_R.

Cas de l'électrode mobile d'un contact symétrique : Les variations périodiques de la pression électrostatique font entrer la pièce mobile en vibrations de pulsation 2ω, il en résulte, qu'une fois sur deux, l'électrode qui s'approche de la pièce fixe est couverte d'électrons qui ont un excédent de vitesse, de ce fait il passe plus d'électrons vers la partie fixe, d'où un courant redressé dirigé vers l'électrode mobile.

3° *Ondes électromagnétiques. Ondes amorties.* — Considérons un circuit formé de conducteurs différents et présentant un mauvais contact, la durée de l'établissement du régime permanent est dans ce cas t', supérieure à la durée t de l'établissement d'un tel régime dans un circuit à contacts parfaits. Supposons que l'on fasse naître pendant un temps θ inférieur à t' un courant d'induction dans un sens quelconque, pendant ce temps θ les électrons n'ayant pas le temps de passer, le contact agit comme un condensateur et la pression électrostatique prend pendant ce même temps une valeur qui peut être importante : $\frac{KV}{8\pi e^2}$. L'effet de ce choc est de rapprocher les deux pièces en un temps relativement long puisqu'il s'agit d'un mouvement matériel, le corps le plus riche en électrons cède à la surface de l'autre une charge négative supplémentaire qui repasse très vite dans le circuit quand les pièces s'écartent ; ce mouvement d'électrons donne un courant qui va vers le corps le plus conducteur.

Le mouvement dû au choc est indépendant du sens de l'induction, il se produit quand cette induction a cessé. Il peut arriver que le choc fasse rebondir l'électrode mobile, dans ce cas le courant observé va vers le corps le moins conducteur, c'est le cas de PbO^2 comme l'a observé Branly.

SPECTROSCOPIE. — *Sur l'élimination des radiations diffusées dans un spectromètre infrarouge.* Note de M. **Jean Lecomte**, présentée par M. A. Cotton.

En raison de la distribution spectrale donnée par les sources que l'on utilise habituellement dans l'infrarouge, il est à peu près impossible d'éviter, dans le domaine des longueurs d'onde supérieures à 10^{μ} environ, la pré-

sence de radiations diffusées comprises sensiblement entre le visible et 5^{μ}. Celles-ci peuvent atteindre et même dépasser l'intensité de la radiation de grande longueur d'onde que l'on se proposait de mesurer. Si nous prenons, par exemple, comme source un corps noir à 2500° K., il émettra, près de son maximum d'émission, vers $1^{\mu},15$, 400 fois et 2000 fois plus d'énergie que vers $11^{\mu},5$ et $17^{\mu},2$ respectivement. Dès lors, si le spectromètre diffuse, en ces points, seulement $\frac{1}{400}$ et $\frac{1}{2000}$ de la radiation de $1^{\mu},15$, les résultats seront entièrement faussés.

Pour mesurer, dans la partie du spectre au-dessus de 10^{μ}, la seule qui importe ici, la proportion d de radiations diffusées de courtes longueurs d'onde, on remplace habituellement l'obturateur opaque, placé devant la fente, par un obturateur dit *transparent*. Ce dernier a été choisi de manière à laisser passer, sans les absorber, les radiations diffusées, comprises, ainsi qu'on l'a dit, entre le visible et 5^{μ} environ, et, au contraire, de manière à être opaque au rayonnement de plus grande longueur d'onde que l'on veut étudier (en pratique, une lame de verre ou de fluorine de quelques millimètres d'épaisseur convient parfaitement pour cette détermination). Il en résulte une élongation permanente du récepteur. La nouvelle élongation qu'il accusera quand on relèvera cet obturateur transparent proviendra alors uniquement des rayons lointains à mesurer. Cette manière de procéder présente, à notre avis, certains inconvénients, quand on détermine des spectres d'absorption ou de réflexion. Les mesures durant, en effet, souvent plusieurs heures, les radiations diffusées qui, à travers l'obturateur transparent, atteignent en permanence le récepteur finissent par l'échauffer notablement : il en résulte une variation continue et importante du zéro, et même des erreurs peuvent être introduites par l'effet Peltier. En outre, à notre avis, vers $15\text{-}17^{\mu}$, l'énergie propre à cette zone étant très faible, et le zéro de l'appareil récepteur étant sujet, le plus souvent, à de petits déplacements incohérents, il devient plus facile de faire des lectures sur une élongation plus grande provenant à la fois des radiations diffusées et de l'énergie propre aux grandes longueurs d'onde, que sur cette dernière seulement.

Pour ces raisons, nous avons modifié la technique pour l'élimination des radiations diffusées; nous l'exposerons dans le cas des spectres d'absorption. On commence par déterminer, par la méthode de l'obturateur transparent, la proportion d ($d < 1$) de radiation diffusée qui tombe en chaque point du spectre situé au delà de 10^{μ}. Cette mesure est effectuée *une fois pour toutes*. Ceci fait, on détermine l'absorption des substances par la

méthode classique, en conservant l'obturateur opaque habituel : pour une longueur d'onde λ, on note A et B intensités respectivement données par la source en l'absence et en la présence de la substance absorbante. Ceci détermine le rapport

$$(1) \qquad T' = \frac{B}{A}$$

que nous appellerons la transmission *brute* de la substance pour la longueur d'onde donnée. $1 - T'$ représenterait l'absorption cherchée, si les intensités A et B ne contenaient pas chacune une quantité de radiations diffusée égale à $a.A$ (¹). En déduisant $d.A$ de A et B, nous obtenons T (transmission *vraie* de la substance pour la radiation choisie)

$$T = \frac{B - d.A}{A - d.A},$$

ce qui s'écrit, en divisant les deux termes de la fraction par A,

$$(2) \qquad T = \frac{T' - d}{1 - d}.$$

L'absorption vraie est $1 - T$. Dans ces expressions, T' et d sont connus, et représentent des fonctions de la longueur d'onde. Par suite, la méthode la plus avantageuse pour calculer T consistera à construire graphiquement les éléments de la formule (2) en prenant, par exemple, les longueurs d'onde en abscisses et les pourcentages en ordonnées.

Dans notre spectromètre, la variation de d avec λ était représentée sensiblement par une droite D. On la trace ainsi que la droite D' correspondant à $1 - d$, et l'on construit, suivant la formule (1), la courbe T' représentant la transmission brute du corps absorbant. En prenant, en chaque point du spectre, la différence des ordonnées entre la courbe T' et la droite D, on réalise une courbe T_1, qui représente le numérateur de (2). En divisant ensuite les ordonnées de la courbe T_1 par celles de la droite D', on obtient, suivant la formule (2), la courbe T qui représente la transmission vraie de la substance.

On constate des différences importantes dans les allures des courbes T et T'. En particulier, comme on pouvait s'y attendre, les maxima et minima

---

(¹) Nous supposons réalisée ici la condition, que nous avons toujours trouvée remplie dans nos expériences, et d'après laquelle la substance absorbante, *dans les conditions où on l'étudie au-dessus de* 10^{μ}, ne doit exercer qu'un affaiblissement négligeable sur l'ensemble des radiations comprises entre le visible et 5^{μ}.

sont beaucoup mieux accusés sur T que sur T′, ce qui montre la nécessité, dès qu'on dépasse une longueur d'onde de 10^{μ} environ, d'opérer la correction relative à la radiation diffusée. De plus, comme la droite D n'est pas, en général, parallèle à l'axe des λ (abscisses), il ne suffit pas, comme on serait tenté de le faire, pour tenir compte du rayonnement parasite, de déplacer l'axe des abscisses parallèlement à lui-même.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Observations sur les solutions colloïdales d'alumine et d'oxyde de chrome et leur dessiccation.* Note de MM. **Paul Bary** et **José V. Rubio**, présentée par M. A.-Th. Schlœsing.

Les caractères particuliers décelés par les produits de dessiccation des solutions colloïdales d'oxyde de fer (P. Bary, *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1539, et 187, 1928, p. 538) nous ont engagés à étudier de la même manière les solutions colloïdales d'alumine et d'oxyde de chrome.

La solution d'alumine employée a été préparée par dialyse en partant d'une solution aqueuse d'acétate d'aluminium; elle contenait $2^{g},4$ d'alumine (Al^2O^3) et $0^{g},738$ d'acide acétique par litre. Celle d'oxyde de chrome a été obtenue par dialyse d'une solution de chlorure chromique et contenait finalement $3^{g},9$ d'oxyde Cr^2O^3 et $0^{g},250$ d'acide chlorhydrique par litre.

Par dessiccation dans une capsule de porcelaine à l'étuve (60° environ) la solution d'oxyde de chrome a donné des aspects absolument analogues à ceux décrits pour l'oxyde de fer, c'est-à-dire qu'au début de l'évaporation le dépôt se fait en lignes concentriques alternativement vertes et incolores et ensuite se présente sous la forme d'un dépôt uniforme qui augmente d'épaisseur en allant vers le fond de la capsule. Pendant la dessiccation qui suit la formation du dépôt, le retrait qui s'opère y produit une série de cassures rayonnantes et une quantité de filaments, parfois très fins qui n'adhèrent pas à la capsule. L'examen de ces filaments au microscope montre qu'ils sont formés de lamelles minces et étroites; par transparence, elles apparaissent constituées par des lignes vertes, parallèles entre elles qui étaient horizontales au moment du séchage, noyées dans une masse homogène et transparente. En effectuant le dépôt sur une lamelle de verre plongeant presque verticalement dans le liquide, on observe un dépôt formé de bandes horizontales alternativement vertes et claires.

La solution d'alumine, desséchée dans une capsule, donne également des filaments rayonnants, mais ils sont formés d'une substance à peu près

complètement incolore, dans laquelle on peut cependant observer, en cherchant un éclairage convenable de la préparation sous le microscope, une série de raies parallèles, comme pour les oxydes de chrome et de fer, mais beaucoup moins distinctes. En effectuant le dépôt sur une lamelle de verre, on peut remarquer que celui-ci est constitué par une gelée en couche mince qui se craquèle pendant l'évaporation de l'eau qu'elle contient en donnant de nombreuses petites écailles de formes très variées, chacune d'elles adhérant au verre en un seul point. Nous avons pu ainsi juger que la forme des cassures qui se produisent par rétraction du dépôt est uniquement due au hasard qui a réglé la distribution des points d'adhérence de la gelée sur la lamelle de verre.

La conclusion générale qu'on peut tirer de ces premiers résultats est qu'ils confirment l'observation faite sur l'oxyde de fer, à savoir que l'oxyde déposé n'est pas formé d'une masse homogène, mais de deux substances différentes, l'une solide, plus ou moins opaque, ayant tendance à se placer en lignes parallèles à l'affleurement du liquide, et l'autre constituée par une gelée homogène.

Il semble extrêmement probable que les solutions colloïdales de ces oxydes sont formées d'une suspension d'oxyde peu hydraté, stabilisée par un hydrate gonflé d'eau, capable de donner des gelées par évaporation et se comportant, par conséquent, comme un colloïde hydrophile.

Les différences observées entre les oxydes de fer, de chrome et d'aluminium sont alors dues aux différences entre les quantités relatives de ces deux oxydes dans chaque cas, les transformations qui se produisent dans les propriétés de ces solutions avec le temps provenant de l'augmentation de la quantité d'oxyde non gonflable, soit par diminution de la quantité d'acide contenue dans le liquide, soit par déshydratation lente de la gelée au sein de la liqueur, ainsi que l'on observe, beaucoup plus rapide, dans le cas de la silice.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Détermination ébullioscopique des équilibres moléculaires de la résorcine dans les solutions de chlorure de lithium.* Note de MM. **F. Bourion** et **E. Rouyer**, présentée par M. G. Urbain.

Nous avons étendu aux solutions de résorcine dans les solutions de chlorure de lithium l'étude, faite antérieurement [1], des équilibres molécu-

[1] F. Bourion et E. Rouyer, *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 941 et 1064; 186, 1928, p. 82. — *Journ. de Chim. phys.*, 24, 1927, p. 437-469; 25, 1928, p. 234-248.

laires offerts par cette substance dans les solutions de chlorures de potassium et de sodium.

Nous avons étudié les deux séries 0,5 M et 1,225 M ClLi; on sait que dans une série, le rapport de la masse de ClLi à la masse d'eau est déterminé et égal, en particulier, à celui qu'il possède dans le mélange eau-ClLi, dont la concentration définit la série. On a

$$K_n = \frac{c^n}{c'},$$

$$K_n = \frac{n\,C^{n-1}(n \times 110\,\Delta e - a.k)^n}{(n-1)^{n-1}\,a^{n-1}(nak - n \times 110\,\Delta e)},$$

c et c' désignant les concentrations des molécules simple et associée, C la concentration totale de la résorcine exprimée en molécules simples, a la masse de résorcine en présence de 100ᵍ d'eau, k et Δe, les constante et élévation ébullioscopique; k est donné par

$$\frac{C_2^{n-1}(n \times 110\,\Delta e_2 - a_2 k)^n}{a_2^{n-1}(na_2 k - n \times 110\,\Delta e_2)} - \frac{C_1^{n-1}(n \times 110\,\Delta e_1 - a.k)^n}{a_1^n(na_1 k - n \times 110\,\Delta e_1)} = 0.$$

a_1 et a_2, Δe_1 et Δe_2 correspondant aux concentrations C_1 et C_2, on résout cette équation par la méthode des premiers passages par zéro, indiquée antérieurement, un peu modifiée.

1. Les solutions de chlorure de lithium, définies par un rapport donné ClLi-eau, constituent un milieu de constante ébullioscopique déterminée; pour chaque série, la résorcine donne lieu seulement à des équilibres entre molécules simples et triples; aux basses concentrations, on n'a pu déceler d'équilibres entre molécules doubles et simples comme cela se produit dans l'eau pure et les solutions de ClK et ClNa. Pour la série 0,5 M ClLi, par exemple, on a, pour $k = 7,38$:

Concentration.	K_2.	K_3.	K_4.
0,500......	1,73	1,65	1,09
0,625......	1,18	1,43	1,14
0,750......	0,94	1,36	1,25
0,875......	0,73	1,28	"
1,000......	"	1,26	"
1,125......	"	1,28	"
1,250......	"	1,44	"
1,375......	"	1,47	"
1,500......	"	1,51	"
1,625......	"	1,50	"
1,750......	"	1,57	3,02
1,875......	"	1,50	3,15
2,000......	0,262	1,52	3,38

On a obtenu une constante satisfaisante de K_3 :

Dans la série 0,5 MClLi des concentrations 0,5 à 2 M en résorcine;
» 1,225 » 0,875 à 1,750 »

2. La constante k est d'autant plus grande que la concentration en ClLi est plus élevée. On a :

		0,5 M.			1,225 M.		
	Eau pure.	ClK.	ClNa.	ClLi.	ClK.	ClNa.	ClLi.
k...........	5,236	6,01	6,35	7,38	7,06	7,67	8,38
K_2..........	2,03	1,77	1,69	-	1,45	1,46	-
K_3..........	5,04	3,85	3,61	1,43	2,61	2,26	1,36

Pour une même concentration en chlorure alcalin, la constante k s'élève quand le poids atomique décroît, tandis que la constante d'équilibre diminue, ce qui révèle une association croissante de la résorcine. Pour des concentrations supérieures à 1,75 en résorcine, il semble y avoir équilibre entre molécules simples et quadruples, avec K_4 voisin de 10 dans la série 1,225 M ClLi.

3. Nous avons montré antérieurement par voie thermodynamique que si l'on dissout la résorcine dans la solution d'un chlorure alcalin, cette dernière devait constituer un milieu obéissant aux lois de l'ébullioscopie, avec une constante voisine de celle de l'eau, résultats en désaccord avec nos observations. On explique cette divergence, en admettant une fixation de l'eau sur le sel (adsorption). On a :

Chlorure alcalin.	0,5 M.	1,225 M.
ClK....................	$ClK(H^2O)_{11,1}$	$ClK(H^2O)_{11,1}$
ClNa....................	$ClNa(H^2O)_{19,3}$	$ClNa(H^2O)_{14,0}$
ClLi....................	$ClLi(H^2O)_{32,0}$	$ClLi(H^2O)_{16,6}$

Les degrés d'hydratation varient dans le même sens que les activités ioniques des sels, mais ne leur sont nullement proportionnels.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Les équilibres entre l'eau, le nitrate de sodium et le chlorure de sodium.* Note de MM. **A. Chrétien** et **E. Cornec**, présentée par M. G. Urbain.

Les mesures de solubilité qui se rapportent au système ternaire : eau, nitrate de sodium, chlorure de sodium sont nombreuses [1], mais elles se groupent surtout au voisinage de la température ordinaire.

---

(1) A. Seidell, *Solubilities*, Gauthier-Villars, Paris, 1928.

Notre étude a porté sur tout l'intervalle de température dans lequel des solutions contenant du nitrate et du chlorure peuvent exister sous la pression atmosphérique normale, soit depuis + 121°,4 jusqu'à — 24°,3. Dans tout cet intervalle, il n'intervient que quatre phases solides : le nitrate de sodium, le chlorure de sodium anhydre, le dihydrate du chlorure de sodium et la glace. L'application de la méthode des restes a montré l'absence de cristaux mixtes.

En portant suivant trois axes rectangulaires les températures et les concentrations (grammes pour 100g d'eau) en nitrate et en chlorure des solutions saturées, on obtient la surface de cristallisation. La figure ci-après (projection orthogonale sur un plan perpendiculaire à l'axe de symétrie du trièdre de référence) qui résume nos résultats donne une vue perspective de cette surface formée de quatre nappes. La forme des nappes est précisée par des courbes isothermes tracées en traits fins ; suivant la température ces isothermes sont formées de deux, trois ou quatre branches.

La ligne EB est la courbe de solubilité du nitrate de sodium seul ; elle s'étend du point d'eutexie, — 17°,7, au point d'ébullition de la solution saturée, 120°,1.

De même, la ligne FTD se rapporte au chlorure de sodium seul ; chlorure dihydraté depuis le point d'eutexie, — 21°,6, jusqu'au point de transition, + 0°,2, et chlorure anhydre depuis ce point jusqu'au point d'ébullition, 108°,8.

La nappe du nitrate de sodium, EBCHK, et celle du chlorure de sodium anhydre, HCDT, se coupent suivant une courbe, CH, qui représente les solutions saturées des deux sels. Depuis le point d'ébullition, 121°,4, jusqu'au point H, — 5°,85, le nitrate de sodium diminue de 188g,0 à 35g,0 pour 100g d'eau et le chlorure de sodium augmente de 14g,0 à 29g,0. Par suite, une solution chaude saturée des deux sels n'abandonne par refroidissement que du nitrate et elle cesse d'être saturée de chlorure.

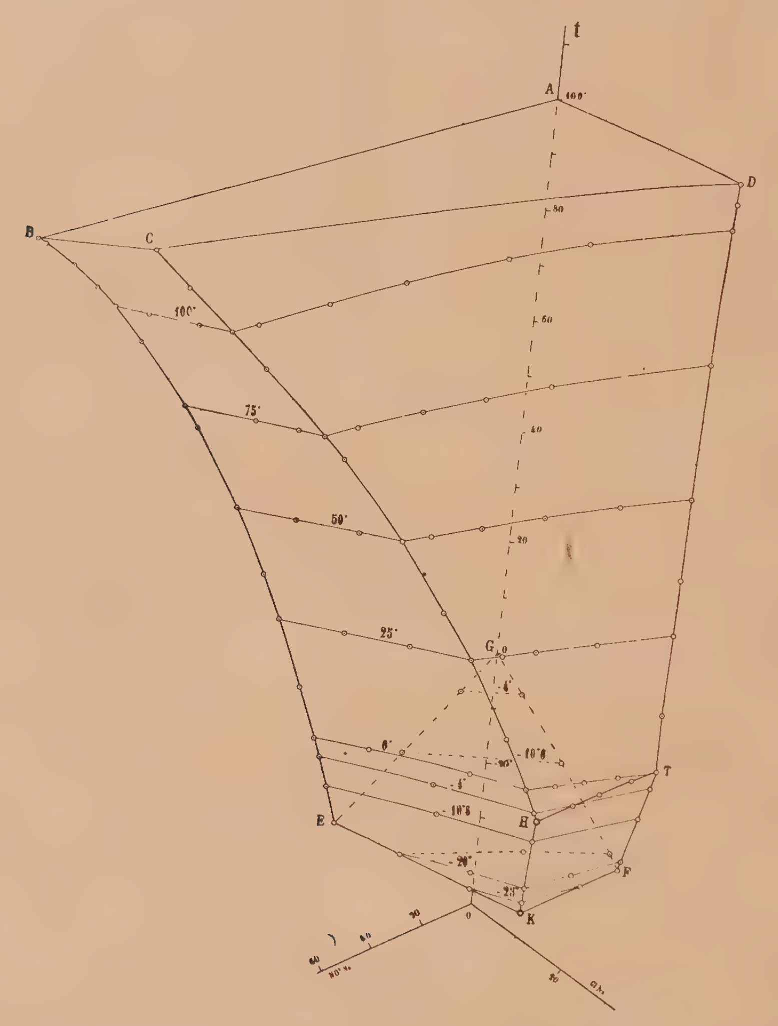
La nappe du chlorure hydraté, HTFK, coupe la nappe du nitrate suivant une ligne, HK, qui correspond aux solutions saturées de ces deux sels. Le refroidissement de ces solutions entraîne une cristallisation simultanée des deux sels.

La température de transition du chlorure de sodium est abaissée, par additions successives de nitrate de sodium, de + 0°,2 à — 5°,85. A cette dernière température, point H, on a une solution saturée de trois phases solides : $ClNa$, $ClNa\,2H^2O$, NO^3Na.

Le domaine de la glace, GEKF, est caché ; il coupe les nappes des sels

suivant les lignes eutectiques, EK et FK. Le point d'eutexie ternaire, K, représente une solution en équilibre avec les trois solides : glace, NO^3Na, $ClNa\,2H^2O$ à la température de $-24°,3$.

Les mesures de solubilité ont été accompagnées de mesures de poids spé-



cifique. Signalons que les diagrammes correspondants montrent que si une solution saturée de chlorure et non saturée de nitrate se refroidit en déposant du chlorure, son poids spécifique augmente lentement, puis diminue rapidement dès que commence la cristallisation du nitrate.

On sait que les sels qui dominent dans les minerais utilisés par l'industrie chilienne du nitrate de sodium sont en général le chlorure de sodium et le

nitrate de sodium. Dans le cas limite où le minerai ne renferme pas de substances solubles autres que ces deux sels, la connaissance précise de la surface de cristallisation, qui résulte de nos mesures, permet de traiter quantitativement les divers problèmes (dissolution, évaporation, refroidissement, cycles de séparation) qui se présentent dans cette industrie.

Le diagramme d'équilibre du système $H^2O - NO^3Na - ClNa$ est analogue à celui du système $H^2O - ClK - ClNa$ et par suite l'extraction du nitrate de sodium du caliche est, dans le cas limite considéré, analogue à l'extraction du chlorure de potassium de la sylvinite.

Une étude détaillée paraîtra dans un autre Recueil.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Influences conjuguées de la vitesse de déformation et de la température sur la production de l'écrouissage.* Note de MM. **Albert Roux** et **Jean Cournot**, présentée par M. Léon Guillet.

Nous avons entrepris une série d'essais par rayons X (¹) sur le phénomène d'écrouissage et de recristallisation de l'aluminium pur au cours des déformations visqueuses; les éprouvettes ont été traitées par la méthode mise au point par l'un de nous (²) dans ses recherches sur la viscosité, recherches dont les résultats sur l'aluminium pur ont déjà été communiqués (³); puis nous avons réalisé les différents spectres afin d'étudier les influences conjuguées de la vitesse de déformation et de la température sur les orientations cristallines.

Le dispositif expérimental était le suivant : appareil générateur de rayons X : tube Coolidge à anticathode de molybdène; tension aux bornes 39000 volts, intensité 20 milliampères : rayonnement sensiblement monochromatique, de longueur d'onde $\lambda = 0,712$ prédominante; pinceau circulaire de rayons X de diamètre $0^{mm},7$; distance anticathode-échantillon : 130^{mm}, pellicule photographique perpendiculaire à la direction du faisceau, à 60^{mm} de l'échantillon.

L'aluminium étant sous forme de fils, de 1^{mm} de diamètre, préalablement recuits à 350° pendant une heure; les déformations ont été effectuées sous des vitesses d'écoulement et à des températures que les essais de viscosité signalés ci-dessus permettaient de juger intéressantes; l'un des morceaux de l'éprouvette a été refroidi à l'air immé-

---

(¹) Partie des recherches entreprises grâce à la subvention accordée par l'Académie sur la Fondation Le Chatelier.

(²) *Comptes rendus*, 181, 1925, p. 661.

(³) *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 650.

diatement après rupture, et les diffractions ont été enregistrées dans la partie strictionnée, l'axe du fil étant parallèle à la pellicule photographique.

Le tableau suivant donne les caractéristiques de traitement des éprouvettes ayant donné les résultats les plus nets :

Éprouvette n°	Température de traitement.	Charge en grammes.	Vitesse d'écoulement par millimètre et par heure.	Durée de maintien sous charge.
1............	100°	3000g	$2,5 \times 10^{-4}$	1h.30m
2............	100	3500	6,0	1.30
3............	200	2500	38,0	1.30
4............	375	1000	écoulement rapide ; rupture en 15 sec.	
5............	380	rupture instantanée à la traction par choc		
6............	450	id.		

Nous ne considérerons que les spectres de diffraction par les plans 111, 100, 110 de l'aluminium, qui sont nettement visibles sur nos clichés après un temps de pose de 5 heures 30 minutes.

Tous les échantillons ci-dessus mentionnés, *sauf le n° 4*, ont donné une orientation cristalline : le spectre montre des taches, portions de circonférences concentriques de diamètres respectifs 30, 39, 42mm ; ces taches ont sur ces circonférences une répartition symétrique par rapport au diamètre parallèle à l'axe du fil ; si nous définissons l'étendue de ces taches par les angles des rayons qui les limitent, avec comme origine l'un des deux rayons de symétrie, nous avons :

Pour les plans 111 et 100 (sur les cercles de 30 et 39mm), six taches diamétralement opposées deux à deux et limitées par les angles :

354 à 6°	174 à 186°
54 à 77°	234 à 257°
103 à 126°	283 à 306°

Pour les plans 110 (sur le cercle de 42mm), quatre taches diamétralement opposées deux à deux et limitées par les angles :

42 à 60°	222 à 240°
120 à 138°	300 à 318°

Il n'y a pas de différence dans les spectres des cinq échantillons.

Pour le fil n° 4 au contraire, le spectre est formé des cercles continus, d'où disposition des cristaux au hasard, sans orientation privilégiée ; donc pas d'écrouissage, état de recuit complet.

Conclusions. — La vitesse de déformation visqueuse a donc une influence

capitale sur la production de l'écrouissage : les ruptures instantanées à 380° et 450°, à des températures par conséquent supérieures à la température dite de recuit, ont laissé un état écroui, en raison de la très grande vitesse de déformation; les 15 secondes nécessaires à la rupture à 375° ont au contraire permis la disparition de l'écrouissage par recuit.

Le métal peut donc rester orienté, par une déformation suffisamment rapide, au-dessus de la température dite communément de recuit; autrement dit, il existe pour chaque température une vitesse de déformation limite au-dessus de laquelle la recristallisation simultanée n'arrive pas à annuler instantanément l'écrouissage de déformation; naturellement si le chauffage continue après déformation, on retombe sur les lois déjà connues.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur la réduction par l'oxyde de carbone des silicates fondus. Silicates de cuivre.* Note de M. **B. Bogitch**, présentée par M. Henry Le Chatelier.

Les silicates des métaux lourds sont-ils réductibles par CO? En d'autres termes, les minerais après leur fusion peuvent-ils être réduits dans le four à cuve par le courant ascendant des gaz réducteurs, ou bien l'intervention de carbone fixe est-elle absolument nécessaire pour opérer cette réaction?

La chose a été longuement discutée autrefois, mais bien qu'il s'agisse en l'occurrence d'une réaction fondamentale en métallurgie, aucune preuve expérimentale n'a été donnée dans un sens ni dans l'autre.

La question intéresse non seulement la métallurgie, mais encore la céramique, la verrerie, etc. On sait en effet que les vertus colorantes des oxydes métalliques sont fortement modifiées par l'atmosphère réductrice ou oxydante des fours de cuisson ou de fusion. Mais là, tout est empirisme car aucun des procédés n'est scientifiquement précisé.

Voici la méthode que j'ai employée dans l'étude de la réduction des silicates. L'oxyde à étudier est tout d'abord engagé en proportion de 5 à 10 pour 100 dans une combinaison avec du silicate de soude pur à 37,2 pour 100 de Na^2O, la fusion du mélange se faisant en présence d'air comprimé afin d'obtenir un produit parfaitement homogène et à l'état bien déterminé. Le verre obtenu ainsi sert de matière première pour les expériences de réduction. Dans ce but, 5-6^g de ce verre sont fondus dans des tubes à essai en silice, puis soumis au barbotage de quelques litres d'un mélange gazeux amené au moyen d'un tube plus petit également en silice.

Comme température, j'ai choisi 1350°-1400° où les silicates étudiés deviennent suffisamment fluides. C'est aussi la température moyenne d'un grand nombre de fours de fusion dans l'industrie.

Je n'examinerai ici que la réduction des silicates de cuivre; celle de quelques autres silicates sera étudiée ultérieurement.

On connaît deux oxydes de cuivre, CuO et Cu^2O; leur fusion en présence de l'oxygène, étudiée par Debray et Joannis, est un exemple devenu classique des systèmes divariants. Quand la fusion de CuO se fait en l'absence d'oxygène, par exemple, dans un courant de CO^2, cet oxyde se transforme entièrement en Cu^2O. On devrait donc s'attendre à ne trouver que deux silicates au maximum. Or, il en existe apparemment beaucoup plus.

Dans l'atmosphère oxydante, le silicate de cuivre stable est le silicate bleu. Il en est de même en présence de CO^2 seul. Ce silicate correspond aux solutions des deux oxydes de cuivre connus. Mais il suffit d'introduire dans l'acide carbonique 2,5 pour 100 de CO pour que le silicate bleu devienne vert. Il correspond à l'oxyde Cu^2O. Quand la proportion de CO dans le mélange gazeux dépasse 4 pour 100, le silicate vert pâlit. Il devient blanc à 9 pour 100 de CO.

A $11,5 \pm 1$ pour 100 de CO, le silicate blanc se transforme en silicate *opaque* rouge brique. A $21,5 \pm 1$ pour 100 de CO, on voit paraître le silicate *transparent* rouge sang. Quand la proportion de CO dans le mélange gazeux dépasse 26 ± 1 pour 100 de CO, aucun silicate n'est plus stable. On observe alors une réduction quasi complète du cuivre.

Il est difficile d'expliquer ces variations de couleurs des silicates en fonction de CO autrement que par l'existence d'un certain nombre de sous-oxydes de cuivre, de degrés d'oxydation inférieurs à Cu^2O, inconnus à l'état libre.

Il ne faut pas conclure de ces expériences que la réduction du cuivre ne peut être obtenue avec des mélanges gazeux titrant moins de 26 pour 100 de CO. Si au lieu de 3-4^l de gaz, quantité employée précédemment, on en fait barboter 10 à 15^l, on constate que tous les mélanges gazeux titrant plus de 3 ± 1 pour 100 de CO donnent du cuivre et décolorent complètement les silicates.

A ce fait surprenant je ne vois qu'une explication : tous les silicates de cuivre fondus sont fortement dissociés; l'oxyde mis en liberté a une tension d'oxygène sensiblement supérieure à celle de l'oxyde combiné avec la silice. Il se réduit donc le premier dès que la teneur en CO dépasse la limite d'équilibre.

Un des produits de la réaction, le métal, se précipite ou se volatilise, mais l'autre, la silice, demeure et doit tendre à limiter la dissociation. On doit donc trouver finalement une limite de réductibilité propre à chaque silicate. Les résultats ci-dessous des analyses des silicates décolorés semblent confirmer l'hypothèse de dissociation.

Teneur en CO du mélange gazeux	6,5	9	13	15	18	20	22,5	24	29
Teneur résiduelle en cuivre des silicates	2,0	2,1	1,0	0,95	1,1	1,1	0,68	0,60	0,28
Nature des silicates	vert blanc		opaque rouge brique				rouge sang transp.		

En résumé, la réduction des silicates de cuivre par CO donne lieu à deux phénomènes superposés. D'une part, on observe les transformations successives des silicates; d'autre part, il y a réduction du cuivre qui commence à partir de 3 ± 1 pour 100 de CO dans le mélange gazeux et qui devient complète à 26 ± 1 pour 100 de CO.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur le système iodure mercurique, iodure de potassium et acétone.* Note de Mlle **M. Pernot**, présentée par M. G. Urbain.

J'ai appliqué la méthode de Schreinemakers à l'étude des équilibres solide-liquide dans le système iodure mercurique [1], iodure de potassium et acétone [2]. Le diagramme [3] ci-après résume les résultats que j'ai obtenus à 34° et qui diffèrent sensiblement de ceux trouvés à 56° [4].

La courbe ne présentant qu'une seule branche est celle des solutions préparées de la manière suivante : l'iodure mercurique et l'iodure de potassium sont dissous dans un excès d'acétone; la solution homogène ainsi obtenue est agitée à 34° en même temps que soumise à une évaporation lente en vase ouvert jusqu'à commencement de cristallisation; enfin l'agitation est pro-

---

(1) J'ai employé de l'iodure mercurique cristallisé.

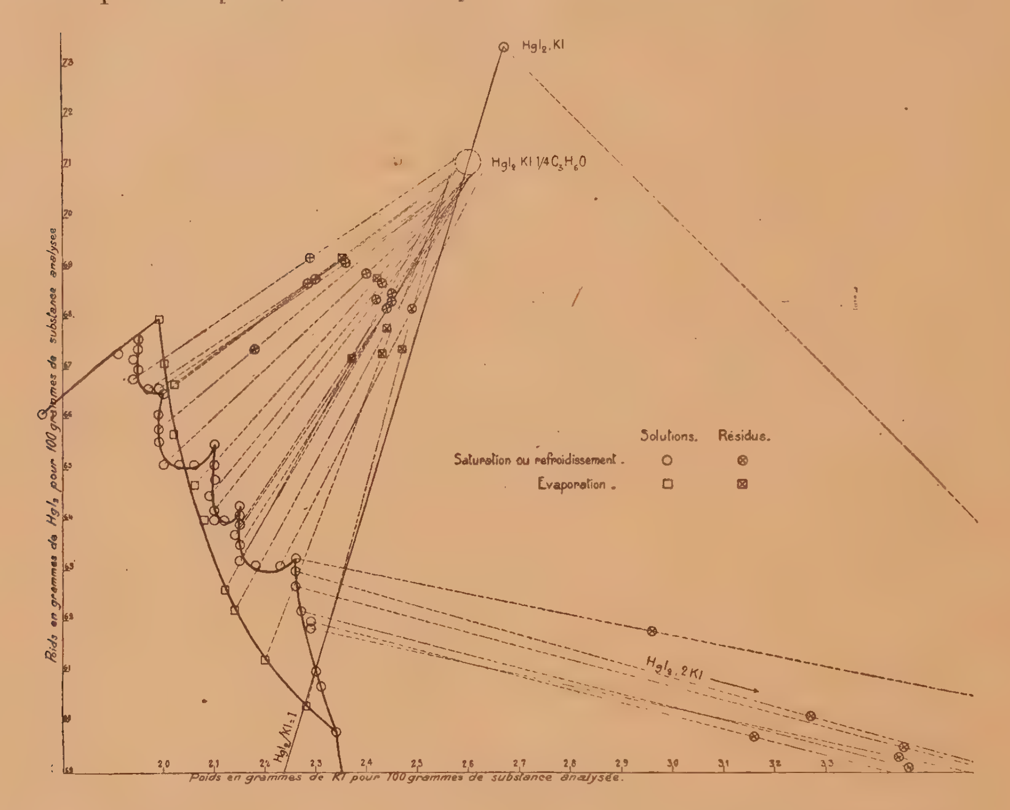
(2) J'ai commencé ce travail avec de l'acétone purifiée ($D^{16°} = 0,8003$) et je l'ai continué avec de l'acétone pure du bisulfite ($D^{16°} = 0,7983$) ajustée par addition d'eau (0,5 pour 100 environ) à la même densité que la première. Je me suis assurée par de multiples expériences que les résultats obtenus avec ces deux espèces d'acétone étaient identiques.

(3) Les courbes de solubilité de l'iodure mercurique et de l'iodure de potassium ne sont pas tracées sur ce diagramme. La région des sels doubles y est seule figurée.

(4) Mlle M. Pernot, *Comptes rendus*, 182, 1926, p. 1154.

longée en vase clos pendant 24 heures après cessation de l'évaporation afin que l'état d'équilibre soit atteint.

Les points représentant la composition des solutions ainsi préparées se



placent tous sur une même courbe qui indique l'existence d'une seule espèce cristalline de composition HgI^2, KI, $\frac{1}{4}C^3H^6O$ (¹).

La courbe à cinq branches est celle des solutions préparées par l'un ou l'autre des deux procédés suivants :

a. En employant une quantité d'acétone insuffisante pour dissoudre complètement les iodures et en agitant le mélange à 34° en tube scellé pendant assez longtemps pour atteindre l'équilibre.

(¹) Il est possible que le liquide de cristallisation ne soit pas de l'acétone pure, mais de l'acétone retenant des traces d'eau. La méthode de Schreinemakers ne permet pas de le vérifier et je n'ai pas réussi jusqu'alors à isoler les cristaux pour les analyser directement. La formule a été calculée en supposant que le liquide de cristallisation est de l'acétone pure.

b. En agitant ce mélange en tube scellé et en le chauffant à une température assez élevée (70° environ) pour dissoudre complètement les sels et obtenir une solution sursaturée homogène qui est refroidie ensuite à 34° et agitée à cette température pendant le temps nécessaire à l'établissement de l'équilibre.

Dans ces deux derniers cas, j'ai opéré en tubes scellés afin d'éviter toute évaporation et d'obtenir des cristaux homogènes. Par le procédé *a*, cet état d'homogénéité n'est atteint qu'après une agitation continue de 12 à 15 jours [1]. Par le procédé *b*, il suffit d'une agitation de 24 heures après que la sursaturation a cessé.

La courbe ainsi obtenue présente cinq branches différentes indiquant l'existence de cinq iodomercurates. L'un de ces sels a la composition HgI^2, $2KI$. Les quatre autres ont la même composition élémentaire HgI^2, KI, $\frac{1}{4}C^3H^6O$ et semblent être isomères de l'iodomercurate obtenu par évaporation partielle des solutions homogènes. Il est d'ailleurs intéressant d'observer que les états d'équilibre atteints à partir des solutions homogènes sont différents selon qu'on provoque la cristallisation par évaporation partielle ou par refroidissement.

Si l'on compare ces résultats à ceux trouvés à 56°, on constate :

1° Qu'à 34°, la courbe obtenue par évaporation des solutions homogènes est différente de celle obtenue par saturation ou par refroidissement, tandis qu'à 56° on retrouve la même courbe quelle que soit la méthode expérimentale;

2° Que le sel $2HgI^2$, $3KI$ qui se forme à 56° [2] n'a pas été retrouvé à 34° et qu'il est remplacé par un nouveau sel HgI^2, KI, $\frac{1}{4}C^3H^6O$.

---

(1) L'iodure de potassium se transforme en effet très lentement, et malgré cette agitation prolongée, l'état d'équilibre n'a pas toujours été atteint dans la région du sel HgI^2, $2KI$.

(2) Des expériences reprises en tubes scellés à 56° ont confirmé l'existence de ce sel $2HgI^2$, $3KI$.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Stabilité comparée des isomères selon leurs spectres d'absorption. Dérivés allylés et isoallylés de la série benzénique.* Note [1] de Mme **Ramart-Lucas** et Mlle **Amagat**, présentée par M. A. Desgrez.

Rappelons que l'étude de l'absorption, dans l'ultraviolet, de substances susceptibles de subir une transformation intramoléculaire, a conduit l'un de nous à énoncer des règles qui ont déjà permis de prévoir dans beaucoup de cas les conditions de formation de tel ou tel isomère [2].

Ces règles, vérifiées dans le cas des migrations de radicaux [2], se vérifient également bien dans le cas de la migration d'une double liaison [3]. Nous avons mesuré (*fig.* ci-contre) l'absorption de carbures éthyléniques I de formule $Ar.CH = CH.CH^3$, et II de formule $Ar.CH^2.CH = CH^2$. Nous avons constaté que les carbures I (isoallylbenzène, anéthol, isosafrol) ont la branche ascendante de leur courbe d'absorption située plus près du visible que celle des carbures isomères II (allylbenzène, estragol, safrol).

Il résulte alors de nos règles que, si ces deux séries de carbures admettent une même forme intermédiaire peu stable : 1° une élévation de température doit suffire à transformer les carbures II en carbures I, et 2° toute réaction donnant les carbures II pourra également donner les carbures I, en modifiant (par élévation de température par exemple) les conditions expérimentales. Ce que l'expérience vérifie.

1° Le passage des vapeurs d'allylbenzène sur des agglomérés de terre d'infusoires chauffés à 500° transforme ce carbure en isoallylbenzène (identifié par son P. E. et son dibromure P. F. 67). L'estragol et le safrol, dans les mêmes conditions, donnent respectivement de l'anéthol et de l'isosafrol.

2° Les alcools $Ar.CH^2.CH^2.CH^2.OH$ doivent par déshydratation, s'ils ne subissent pas de transposition, donner les carbures à chaîne allylique. (En effet, nous avons trouvé que par exemple le phénylpropanol, traité par $SOCl^2$, donne de l'allylbenzène mélangé d'un peu d'isoallylbenzène.) Mais, d'autre part en les déshydratant à température assez élevée, ce sont les

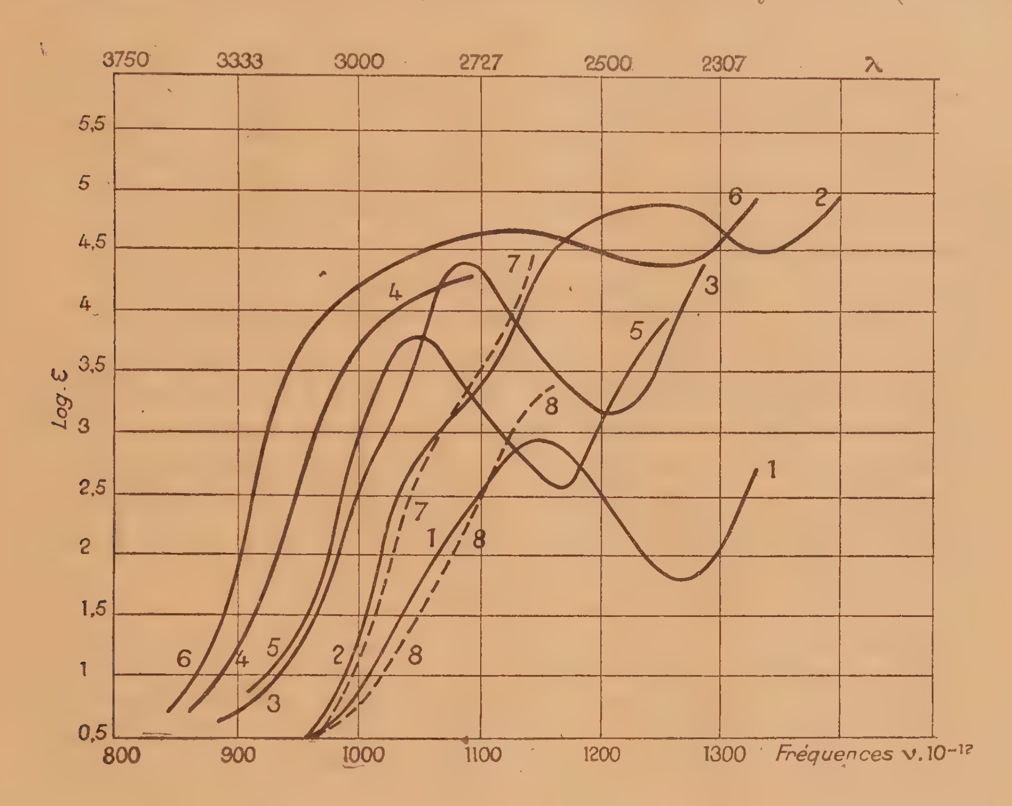
---

(1) Séance du 18 février 1929.

(2) *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1301, 1626, 1848.

(3) On connaissait de nombreux cas de migrations de liaisons éthyléniques produites sous l'influence d'une base ou d'un acide, mais alors on pouvait interpréter la transformation en supposant la fixation et l'élimination successive soit d'une molécule d'eau ou d'acide. Ceci ne peut être envisagé dans nos expériences.

carbures isoallyliques qui doivent se former ([1]). C'est ce que nous avons constaté : le phénylpropanol distillé sur des agglomérés de terre d'infusoires, vers 400°-500°, se déshydrate et donne de l'isoallylbenzène (caractérisé par sa courbe d'absorption, son P. E. et son dérivé dibromé), mélangé d'un peu d'allylbenzène.



Nous donnons ici les courbes d'absorption des deux séries de carbures I et II, et celles des carbures obtenus en déshydratant le phénylpropanol par la chaleur (courbe 7), et par $SOCl^2$ (courbe 8). On voit que la pre-

([1]) Pour chacun de ces trois groupes de deux isomères se vérifie de nouveau notre remarque faite dans une Communication précédente (*Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1301) que l'isomère possédant la branche ascendante de sa courbe d'absorption plus près du visible est le composé le plus stable à basse température. En effet, les mesures thermométriques effectuées par E. Auwers, A. Roth et Eisenlohr sur les dérivés du styrolène ont montré que la chaleur de combustion des composés à doubles liaisons conjuguées (et c'est le cas pour les carbures I) ont une énergie interne inférieure à celle des carbures qui en sont dépourvue (*Ann. de Liebig*, 373, 1910, p. 267).

mière de ces deux courbes se confond pratiquement avec celle de l'isoallylbenzène et la seconde avec celle de l'allylbenzène.

Au cours de ce travail les composés suivants (non encore signalés) ont été préparés ;

Anisyl-3-propanol-1. — Obtenu par réduction de l'anisylpropanamide, ce composé bout à 160° sous 15^mm^ et fond à 26°. Sa phényluréthane fond à 67°.

Pipéronyl-3-propanol-1. — Préparé comme l'alcool précédent par réduction de l'amide correspondante, il bout à 180° sous 13^mm^. Il donne une phényluréthane fondant à 97°.

En résumé, nous avons montré dans la présente Note :

1° Que les dérivés isoallylés de la série benzénique ont la branche ascendante de leur courbe d'absorption plus près du visible que celle des carbures isomères à chaîne allylée, et qu'alors, conformément à nos règles :

2° Les dérivés allylés se transforment, quand on les chauffe, en dérivés isoallylés (migration de double liaison par simple échauffement).

3° Que si le phénylpropanol donne par déshydratation de l'allylbenzène (produit « normal »), il peut aussi donner l'isoallylbenzène quand on le déshydrate à une température suffisamment élevée.

LITHOLOGIE. — *Relation entre l'augmentation de la susceptibilité magnétique de certaines roches chauffées et les modifications survenues dans certains de leurs minéraux constituants.* Note de MM. **A. Michel-Lévy** et **Gaston Grenet**.

On sait que certaines roches peuvent acquérir des propriétés magnétiques lorsqu'on les porte à haute température. Nous avons voulu voir, si aux variations de susceptibilité observées, correspondaient des modifications visibles au microscope polarisant sur des coupes minces de la roche étudiée. Nos expériences ont porté sur des roches holocristallines et semi-cristallines, la plupart pauvres en éléments ferromagnésiens, se rattachant à un magma de granite monzonitique d'âge primaire (carbonifère inférieur du Morvan) et atteintes par des décompositions secondaires. N° 1 : Rhyolite semi-vitreuse de Mont Cherus; biotite entièrement chloritisée avec inclusions de sphène. N° 2 : Granite à biotite du Lac des Settons; la biotite n'est que légèrement chloritisée sur les bords; inclusions de sphène. N° 3 : Rhyolite de Roche-Maçon; absence de biotites et de chlorites. N° 4 : Rhyolite de la

Vallée de la Houssière; biotite entièrement chloritisée, riche en inclusions de sphène. N° 5 : Dacite de la Vierge d'Anost; biotite chloritisée contenant des inclusions de grains ferrugineux opaques. N° 6 : Rhyolite micacée des Blandins; chlorites vertes aux deux temps de cristallisation, avec inclusions de sphènes. N° 7 : Andésilabradorite du Toureau; très décomposée, avec chlorites fibreuses, calcite, épidote. Dans les roches 1, 2, 4, 5, 6 la biotite est plus ou moins complètement épigénisée en chlorites. Pour chaque roche on a déterminé la susceptibilité magnétique d'un échantillon non chauffé et d'un échantillon ayant été porté à 700° C.

L'examen des plaques minces des échantillons chauffés et non chauffés nous a montré que, à l'augmentation de la susceptibilité magnétique correspondait l'apparition de plages opaques dans les chlorites; ces plages opaques s'étant formées au droit des fines inclusions de sphènes bien visibles avant chauffage; il faut noter cependant que les plages opaques occupent une surface un peu plus grande que les sphènes voilés par elles. Dans le cas de la roche 2 chauffée les bords des cristaux de biotite se sont garnis d'un liséré plus fortement polychroïque que la biotite elle-même. Il y a d'autres modifications qui ne semblent pas liées à la variation de la susceptibilité : les chlorites passent de la couleur verte à la couleur brun rouge; les séricites deviennent brunes; quelquefois l'ensemble de la roche se teinte très légèrement en brun rouge.

Nous avons mesuré la surface relative occupée par les plages opaques dans les plaques minces des roches 1, 2, 4 et 6 après chauffage. Cette mesure renseigne d'une façon approximative sur le pourcentage du minéral opaque formé au sein des chlorites. Dans le tableau ci-après nous indiquons : la susceptibilité spécifique ou coefficient d'aimantation de la roche avant et après chauffage à 700° C. (mesurée au moyen d'une balance magnétique du type Curie-Cheneveau fonctionnant avec un champ magnétique de 15 gauss environ); le pourcentage des surfaces occupées par les parties sombres dans la plaque chauffée; enfin la susceptibilité spécifique apparente que devrait avoir le minéral constituant les plages sombres pour expliquer l'augmentation de susceptibilité observée (nous avons supposé pour le calcul que sa densité était double de celle de la roche, ce qui est exact s'il s'agit de magnétite). Dans le cas des roches 5 et 7 déjà magnétiques avant chauffage malgré la présence de chlorites en grande abondance nous n'avons pas observé d'augmentation de susceptibilité en rapport avec la surface occupée par les chlorites, ni d'ailleurs l'apparition de plages opaques dans les chlorites déshydratées (ces dernières avant chauffage ne

montraient pas d'inclusion de sphène mais des inclusions opaques de magnétite ou de titanomagnétite).

Numéro de la roche.	Susceptibilité spécifique U. E. M. C. G. S. avant chauffage.	après chauffage à 700° C.	Pourcentage de surface occupé par les plages opaques.	Susceptibilité spécifique apparente supposée du minéral opaque.
1.........	10.10^{-6}	240.10^{-6}	0,54	22000.10^{-6}
2.........	8	120	1,12	50000
3.........	8,5	8	néant	
4.........	6	53	0,15	18000
5.........	5	280	0,5	28000
6.........	150	210		
7.........	100	145		

La susceptibilité calculée pour le minéral opaque observé est plus faible que la susceptibilité de la magnétite ; cependant on peut envisager qu'il s'agit ici d'une titanomagnétite ou plus probablement d'un enveloppement des grains de sphène par une mince pellicule de magnétite. Pour les chlorites contenant déjà des inclusions opaques et peu d'inclusions de sphène il est naturel de supposer que de la magnétite nouvelle n'est venue s'ajouter qu'en faible quantité à la magnétite préexistante.

On peut conclure de ces constatations que la formation de ce composé magnétique dans les roches chauffées étudiées semble lié à la déshydratation des chlorites autour des cristaux de sphène en inclusions. Ce fait doit être rapproché de celui signalé par M. Orcel [1], à savoir que, lorsque l'on déshydrate les chlorites, l'eau de constitution réagit sur le fer et modifie les proportions de fer ferreux et de fer ferrique contenus dans ces corps.

GÉOLOGIE. — *Zones mylonitiques à orientation hercynienne dans le massif du mont Blanc.* Note de MM. **Paul Corbin** et **Nicolas Oulianoff**, présentée par M. Pierre Termier.

On sait que le noyau central du massif du mont Blanc, le noyau protoginique, est traversé par des zones de cassures alpines. Ces cassures se révèlent par la présence de mylonite (protogine mylonitisée). Nous avons

---

(1) J. Orcel, *Recherches sur la constitution chimique des chlorites* (*Thèse*, Paris, 1927).

décrit ailleurs le caractère général de ces zones alpines et leurs relations avec les zones à enclaves dont la direction est hercynienne [1]. Nous avons aussi précisé que la large dépression occupée par les glaciers du Géant et de Talèfre est déterminée par la présence d'une zone puissante de charriage réciproque de deux masses granitiques. La mylonite, largement développée dans cette zone, y est accompagnée par de nombreux filons de quartz. Cette zone aboutit vers l'Est aux glaciers du Tour Noir et des Améthystes. Sa prolongation au Nord-Ouest, dans les massifs de l'Aiguille d'Argentière et de l'Aiguille du Chardonnet, montre des zones de mylonite, moins développées, moins puissantes, mais constamment orientées N. 45° E. (direction alpine de cette région).

Un fait nouveau se rencontre dans le massif de l'Aiguille du Tour. L'arête occidentale de l'Aiguille du Tour, de même que l'arête occidentale de l'Aiguille du Pissoir, sont coupées par une zone de mylonite puissante de 20-30^{m} et orientée N. 15° E. La prolongation de cette zone vers le Sud est cachée par le vaste plateau du glacier du Tour, et vers le Nord par le plateau du glacier des Grands. L'examen de l'arête entre l'Aiguille du Tour et les Aiguilles des Fourches révèle l'existence de trois autres zones de mylonite, toutes orientées de même. Cette orientation (N. 15° E.) est remarquable, car c'est précisément celle des plis hercyniens. Cette conclusion est confirmée par l'analyse détaillée des roches, constituant l'arête Aiguille du Tour-Aiguilles des Fourches. Ce n'est, en effet, pas la seule protogine que l'on y rencontre, mais aussi des zones riches en enclaves de schistes (cornes). Une zone d'enclaves, particulièrement large et importante, passe par le col supérieur du Tour, par l'Aiguille Purtscheller et longe le versant oriental de l'Aiguille du Tour. C'est précisément sur l'Aiguille du Tour que les enclaves sont particulièrement puissantes, montrant les beaux phénomènes du métamorphisme de contact. L'orientation de cette zone d'enclaves, de même que celle des enclaves lenticulaires isolées, est N. 10-15° E.

Ainsi les zones d'enclaves, dans le massif de l'Aiguille du Tour, sont parallèles aux zones de mylonite. Mais cette mylonite est certainement d'un âge plus jeune que les zones d'enclaves. Ces dernières se sont formées pendant la mise en place du magma granitique, tandis que la mylonite

---

(1) P. CORBIN et N. OULIANOFF, *Recherches tectoniques dans la partie centrale du massif du mont Blanc* (*Bull. Soc. vaudoise des Sciences naturelles, Lausanne*, 56, 1926, p. 101-114).

résulte de l'écrasement de la roche déjà consolidée. Ces zones mylonitiques pourraient appartenir au système de cassures alpines, qui seraient ici dirigées exceptionnellement N. 15° E. au lieu de N. 45° E. Mais il nous semble plus rationnel de considérer ces zones de mylonite comme contemporaines de la formation des plis du Carbonifère, dont l'orientation, dans le massif du mont Blanc, concorde sensiblement avec celle des plis anciens (antéstéphaniens) du substratum cristallin.

OCÉANOGRAPHIE. — *Sur quelques singularités du Gulf-Stream.* Note (¹) de M. **P. Idrac**, présentée par M. G. Claude.

Ces études ont été faites cet hiver dans le détroit de la Floride au cours de recherches océanographiques dont M. Claude m'avait confié la direction en vue de l'installation sur les côtes de Cuba de la première usine Claude-Boucherot utilisant l'énergie thermique des mers.

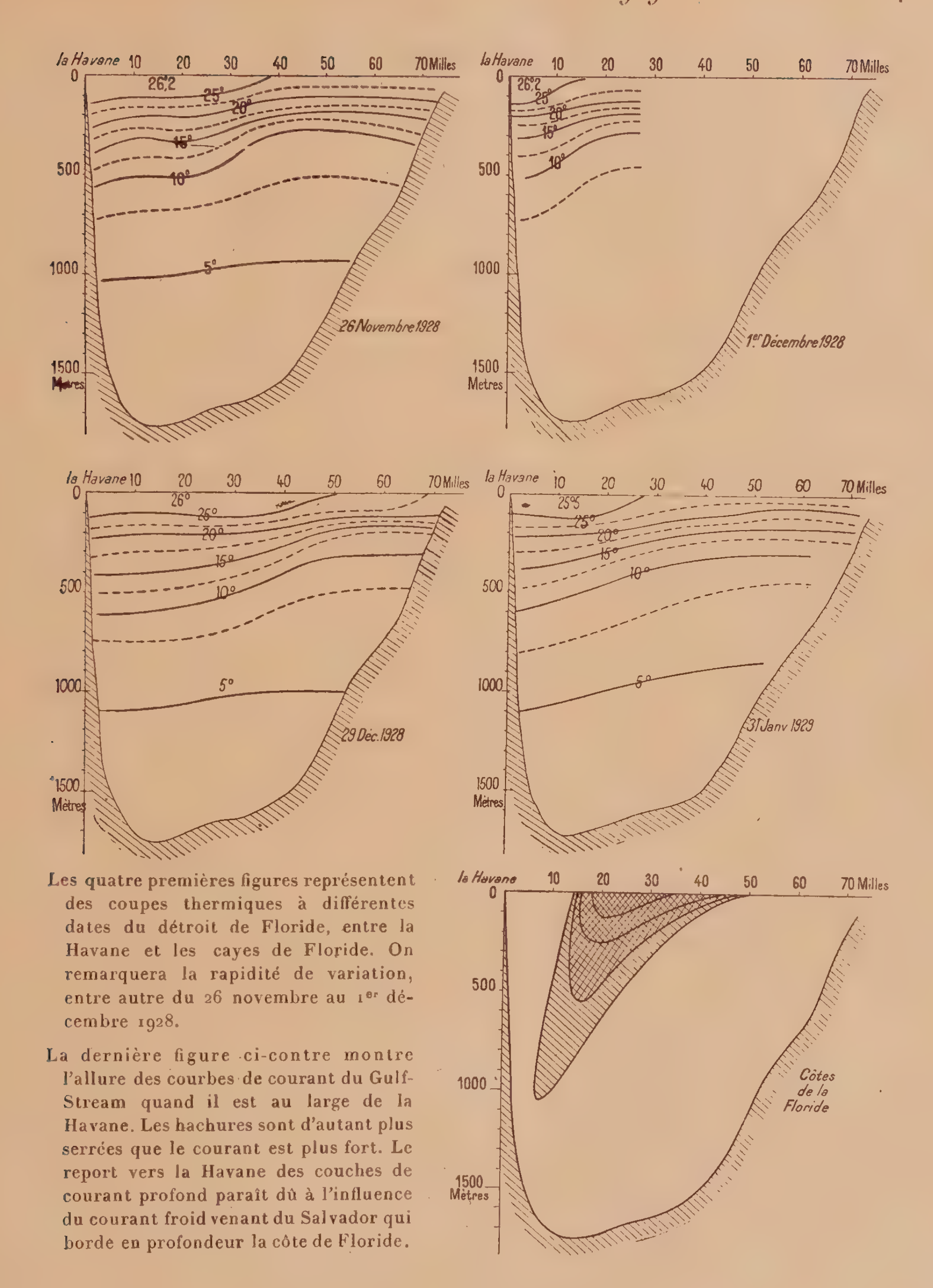
Le Gulf-Stream est, comme on le sait, un courant chaud qui après s'être formé dans le golfe du Mexique s'en échappe vers l'Atlantique par le passage d'environ 70 milles de large et 1000 à 1800^m de profondeur qui sépare l'île de Cuba des récifs ouest de la pointe de la Floride.

J'ai pu, pendant une période de trois mois, faire à diverses reprises quatre coupes thermiques du détroit obtenues chacune au moyen d'une cinquantaine de mesures convenablement réparties dans tout l'espace du détroit jusqu'à 1000^m de profondeur, chacune de ces mesures étant d'ailleurs contrôlée par la lecture simultanée de deux thermomètres à renversement.

Des mesures de courant ont été faites de la surface à 1400^m de profondeur simultanément au moyen des appareils enregistreurs de vitesse et de direction de courant décrits dans une Note précédente [*Courants sous-marins de Gibraltar* (*Comptes rendus,* 186, 1928, p. 1058)]. La dérive du bateau était évaluée par des relèvements à terre. L'effet du vent et de la houle était éliminé en plongeant l'appareil à quelques mètres en dessous de la surface, ce qui donnait ainsi la dérive propre du bateau par rapport au courant superficiel. L'appareil était ensuite descendu à diverses profondeurs pour obtenir la direction et la vitesse du courant profond par rapport à la dérive brute du navire, d'où l'on pouvait déduire par un graphique simple la direction et la vitesse réelles du courant profond.

Mieux que toutes les explications, les schémas ci-contre donneront une

(¹) Séance du 18 février 1929.



Les quatre premières figures représentent des coupes thermiques à différentes dates du détroit de Floride, entre la Havane et les cayes de Floride. On remarquera la rapidité de variation, entre autre du 26 novembre au 1er décembre 1928.

La dernière figure ci-contre montre l'allure des courbes de courant du Gulf-Stream quand il est au large de la Havane. Les hachures sont d'autant plus serrées que le courant est plus fort. Le report vers la Havane des couches de courant profond paraît dû à l'influence du courant froid venant du Salvador qui borde en profondeur la côte de Floride.

idée de la structure du Gulf-Stream et des variations thermiques rapides dont il est le siège, et qui, dans certains cas, peuvent atteindre au même point plus de 5 degrés en 5 jours.

Heureusement pour les projets de M. Claude, toute cette variabilité s'atténue beaucoup au-dessous des profondeurs de 800^m qui ne paraissent presque plus touchées par le Gulf-Stream, sauf quand il est très fort. A 1000^m, par exemple, on a à peu près uniformément 5 degrés dans toute la largeur du canal.

Le gros du courant est en général plus près de la côte de Cuba que de celle des cayes de la Floride. Il s'en approche ou s'en éloigne d'une façon, paraît-il, assez irrégulière, mais qui est sans doute liée à l'extension du courant froid venant du Labrador, lequel s'étend, comme on le voit dans les schémas, sur le côté de la Floride où il donne à égalité de profondeur des températures plus basses que sur la côte cubaine.

L'axe du courant du Gulf-Stream coïncide en général grossièrement en surface avec l'axe des températures les plus élevées (toutefois quand le Gulf-Stream s'éloigne de la côte cubaine la surface reste chaude à son voisinage). Mais en profondeur, chaque fois que nous avons pu faire des mesures, nous avons constaté que l'axe du courant ne coïncidait pas avec la verticale de l'axe du courant superficiel et se reportait nettement du côté de la côte cubaine.

Quant à l'intensité du courant à son endroit le plus fort (qui a atteint pendant nos mesures jusqu'à 3 nœuds), elle reste à peu près constante de la surface jusqu'à 300^m de fond; elle diminue ensuite petit à petit. On trouve encore parfois un courant de 1 nœud à 500^m de profondeur et de 0,5 nœud à 1000^m.

Des résultats obtenus, on peut déduire le débit approché du Gulf-Stream. Or il est très variable lui aussi. Le 1er décembre, par exemple, il était de l'ordre de 50 kilomètres cubes à l'heure, tandis que le 31 janvier il atteignait environ 90 kilomètres cubes à l'heure.

Il serait sans doute fort intéressant pour l'étude générale des courants de l'Atlantique et peut-être même des variations climatériques de l'ouest de l'Europe, de faire périodiquement des mesures de débit de ce formidable fleuve d'eau chaude.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Mesures de l'ozone de la haute atmosphère pendant l'année* 1928. Note de M. **H. Buisson**, présentée par M. Ch. Fabry.

J'ai continué, pendant l'année 1928, la série d'observations journalières de la quantité d'ozone contenue dans l'atmosphère, série qui fait suite sans interruption à celle de l'année précédente ([1]). Le dispositif expérimental et la méthode suivie n'ont pas été modifiés; il n'y a donc pas lieu de les décrire à nouveau.

Le tableau ci-après donne l'ensemble des résultats obtenus. Chaque nombre exprime en centièmes de millimètre l'épaisseur d'ozone pur, ramenée aux conditions normales de température et de pression qui se trouve sur la verticale au milieu de la journée.

On y retrouve la grande variation annuelle avec un maximum de 375 au printemps et un minimum de 225 en automne, mais moins accentués que ceux de l'an dernier. Les variations irrégulières, en liaison avec les mouvements de l'atmosphère, sont fortes au début et à la fin de l'année et s'atténuent en été.

L'accord de mes mesures avec celles faites à Arosa, en Suisse, à l'altitude de 1800^m, est très satisfaisant, malgré que la technique en soit différente. En particulier, si, afin d'éliminer les variations accidentelles, on fait pour chaque lieu d'observation des moyennes portant sur une durée de 15 jours, on obtient ainsi, pour chacune des deux années, deux courbes de variation annuelle, l'une pour Arosa, l'autre pour Marseille, qui sont tout à fait parallèles. En comparant ces quatre séries de mesures, pour la durée de janvier à octobre, on constate qu'en chaque station, les résultats de 1927 sont supérieurs de $\frac{16}{100}$ de millimètre à ceux de 1928. On peut donc en conclure avec certitude que l'épaisseur d'ozone a été un peu plus faible cette dernière année.

Mesures journalières de l'ozone atmosphérique faites à Marseille, 1928.

	Janv.	Fév.	Mars.	Avril.	Mai	Juin.	Juil.	Août.	Sept.	Oct.	Nov.	Déc.
1...	321	279	–	389	326	307	283	259	255	268	242	–
2...	291	288	–	376	318	315	278	254	265	273	283	291
3...	–	–	–	278	338	306	265	250	289	–	–	288
4...	291	305	–	236	336	–	–	257	268	263	275	296
5...	–	293	–	–	–	284	267	267	264	249	284	293

([1]) *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1229.

	Janv.	Fév.	Mars.	Avril.	Mai.	Juin.	Juil.	Août.	Sept.	Oct.	Nov.	Déc.
6...	265	338	341	–	346	296	282	–	260	243	277	273
7...	225	350	342	–	–	305	285	–	269	234	–	–
8...	240	334	–	–	347	294	287	–	271	242	–	–
9...	238	303	–	–	345	286	296	–	258	249	–	–
10...	236	308	–	315	354	–	291	–	238	237	258	320
11...	–	–	377	327	364	291	294	–	248	259	261	–
12...	282	339	–	363	362	284	288	–	263	270	244	360
13...	280	326	371	330	347	278	287	–	–	290	–	–
14...	282	329	357	–	335	–	282	–	–	266	234	–
15...	–	309	366	–	–	274	280	–	263	–	244	273
16...	322	308	–	359	327	294	273	–	270	289	–	265
17...	280	289	332	335	–	311	275	–	270	254	251	–
18...	273	321	–	331	323	293	272	–	–	–	277	329
19...	–	326	–	–	–	–	282	–	253	253	278	265
20...	287	307	–	370	334	308	305	–	258	–	282	–
21...	253	332	–	351	293	294	296	–	–	–	281	–
22...	–	303	323	–	315	290	283	268	268	–	270	292
23...	329	–	–	372	345	282	289	269	287	265	–	298
24...	346	–	351	361	328	292	291	275	280	269	264	–
25...	–	336	–	339	328	285	268	263	–	269	279	297
26...	–	321	–	324	311	288	266	260	–	–	262	265
27...	–	–	306	–	293	–	270	253	226	–	270	295
28...	338	–	330	–	291	298	275	249	–	–	300	287
29...	–	–	350	–	308	278	274	–	–	294	346	302
30...	–	–	327	–	318	–	274	277	264	250	312	–
31...	343	–	–	–	310	–	266	261	–	–	–	343

PATHOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur un* Heterosporium *parasite de* Viburnum odoratissimum *Ker.* Note de M. **G. Nicolas** et Mlle **Aggéry**, présentée par M. Molliard.

Nous avons observé, en janvier, sur les feuilles d'un *Viburnum odoratissimum* Ker. de la cour du Laboratoire de Botanique de la Faculté des Sciences de Toulouse, l'existence de taches irrégulières, de 1 à $1^{cm},5$ de diamètre, qui, apparaissant d'abord à la face supérieure avec une teinte rouge violacée, présentent finalement une partie centrale sèche entourée d'une petite marge rouge violacée; la face inférieure est envahie elle aussi et, au bout d'un certain temps, le tissu central, mort, se détache de la feuille, laissant un trou bordé de brun rouge.

Au binoculaire, les taches, à la face inférieure, ont l'apparence d'être

couvertes d'une moisissure blanchâtre, tandis qu'à la face supérieure elles portent çà et là de petites saillies.

Ces deux aspects différents sont dus au même parasite. A la face inférieure, le mycélium brun, cloisonné, vient former sous l'épiderme en face des stomates, de petits stromas cellulaires bruns, allongés suivant l'épaisseur de la feuille, mesurant $21 \times 32^{\mu}$, desquels s'échappent, par les stomates, des touffes de conidiophores légèrement brunâtres, cloisonnés, noueux, ordinairement ramifiés, comme dichotomisés vers leur sommet; ces conidiophores forment une sorte de cime produisant plusieurs spores. Ce sont ces conidiophores allongés, mesurant $200\text{-}250 \times 4,8\text{-}5^{\mu}$, qui recouvrent la face inférieure des taches d'une sorte de moisissure. Quelquefois, les filaments mycéliens ne constituent pas de stroma et s'échappent directement par un stomate, en ne produisant qu'un petit nombre de conidiophores; quelquefois encore ils constituent sous la cuticule et sous l'épiderme un stroma sphérique, $47 \times 47^{\mu}$, émettant de nombreux conidiophores.

A la face supérieure, le mycélium se réunit sous la cuticule ou sous l'épiderme en stromas plus volumineux, sphériques, mesurant de 60^{μ} à 105^{μ}, qui déchirent la cuticule ou l'épiderme et émettent de très nombreux conidiophores cloisonnés, non ou exceptionnellement ramifiés, plus courts que ceux de la face inférieure, ne mesurant que $60\text{-}95^{\mu}$ de longueur, produisant des conidies identiques à celles de la face inférieure, mais apparaissant après elles.

Ce polymorphisme dans le mode de formation des conidies est dû à la structure de la feuille du *Viburnum*. Sa face inférieure à cuticule relativement mince comprend de nombreux stomates qui laissent sortir facilement le mycélium conidifère; ceci explique que les spores apparaissent d'abord sur cette face et les plus petites dimensions des stromas qui s'y forment, soit sous les stomates où le mycélium, probablement arrivé au moment de leur fermeture, n'a pu sortir et a dû constituer un stroma, soit sous la cuticule qui, plus mince que celle de la face supérieure, se laisse déchirer plus facilement.

La face supérieure, sans stomates, est munie d'une cuticule très épaisse qui oppose une barrière à la sortie des conidiophores. Le mycélium est obligé de constituer ici un stroma suffisant pour déchirer la cuticule ou l'épiderme.

Quant au dimorphisme des conidiophores, ramifiés, plus longs, plus noueux à la face inférieure qu'à la face supérieure, il s'explique aussi si l'on

tient compte que la face supérieure à cuticule très lisse et très épaisse ne retient pas la moindre trace d'eau et doit transpirer très peu; elle se trouve, en outre, exposée à la lumière directe qui gêne l'allongement des conidiophores, allongement favorisé par l'humidité comme le montre l'observation suivante : Une feuille ayant été abandonnée pendant 7 jours dans une atmosphère humide, les conidiophores de la face supérieure se sont allongés jusqu'à atteindre 120^μ.

Malgré ce polymorphisme dû aux conditions de milieu, les conidies formées sur les deux faces de la feuille sont identiques : légèrement jaunes brunâtres, ovales, quelquefois cylindriques, non étranglées, finement verruqueuses, elles comprennent 1-4 cellules, le plus souvent 2 et sont pourvues d'une petite cicatrice noire à l'extrémité qui les fixait au conidiophore. Elles germent soit en bourgeonnant des conidies secondaires, soit en un tube mycélien; le premier mode de germination s'observe même sur la face inférieure des feuilles; leurs dimensions sont : $8,3 - 23,5 \times 4,8 - 7^\mu,2$; leur membrane est relativenent mince.

Le parasite des feuilles de *V. odoratissimum* est un *Heterosporium* dont nous proposons de faire une espèce nouvelle sous le nom d'*Heterosporium polymorphum*, désirant simplement, par cette Note, attirer une fois de plus l'attention des mycologues sur les variations qu'impose le milieu tant au mycélium qu'aux conidiophores et faire remarquer aussi que, dans le genre *Heterosporium*, la production des stromas n'est pas un caractère spécifique.

PHYSIOLOGIE. — *Le rôle de l'oxygène libre dans le développement.* Note de M. **Louis Rapkine**, présentée par M. Molliard.

J'ai montré (1) qu'au début du développement de l'œuf d'Oursin, le quotient respiratoire est très élevé. Tout se passe comme s'il y avait une forte décarboxylation et probablement une déshydrogénation, avec fixation d'oxygène minime par rapport au dégagement de CO^2.

Pour pouvoir rendre compte de ces faits, j'ai suggéré l'hypothèse qu'il existe dans l'œuf des réactions couplées, des oxydo-réductions. Le rôle de l'oxygène libre devait être évidemment réduit, puisque pour effectuer un développement normal, la quantité d'oxygène moléculaire nécessaire à l'œuf est relativement petite rapport au CO^2 dégagé.

(1) *C. R. Soc. Biol.*, 97, 1927, p. 143.

En effet un travail récent de Reiss et Vellinger ([1]) montre que dans certaines limites de potentiel d'oxydo-réduction, l'œuf d'Oursin, en absence d'oxygène libre, est capable de réduire certaines substances oxydées dissoutes dans l'eau de mer.

Ce fait est en parfait accord avec les expériences suivantes, que j'ai faites à la suite de mon travail cité ci-dessus, et que je n'ai pas encore publiées.

On fait bouillir dans un ballon de l'eau de mer pendant une demi-heure pour enlever, autant que possible, l'oxygène dissous; on bouche le ballon et on laisse refroidir.

Des œufs vierges d'Oursin sont soigneusement lavés dans de l'eau de mer, puis fécondés, en ajoutant quelques gouttes de sperme. On lave de nouveau les œufs d'Oursin, pour éliminer aussi complètement que possible le sperme restant.

On laisse sédimenter les œufs; on mélange l'émulsion d'œufs fécondés, pour la rendre homogène, puis on aspire rapidement dans une pipette graduée une quantité connue d'œufs. On verse le contenu de la pipette dans un grand tube à essai A, contenant l'eau bouillie et une quantité déterminée de bleu de méthylène. On ajoute de l'eau de mer bouillie, de façon à ne pas laisser de bulle d'air quand on bouche le tube à essai.

Une quantité égale d'œufs fécondés est placée dans un autre tube B, contenant aussi de l'eau de mer bouillie, mais, cette fois-ci, sans bleu de méthylène. On bouche soigneusement avec les mêmes précautions que dans le cas du tube A.

On laisse les œufs se développer jusqu'au stade de blastula nageante, c'est-à-dire à peu près 10 heures après la fécondation, quand le développement se fait à 20°C.

Un examen microscopique montre que les œufs du tube A se sont développés normalement, tandis que dans le tube B les œufs sont ou pas du tout développés ou arrêtés dans leur développement à des stades précoces.

Ces expériences, ainsi que les déterminations de Reiss et Vellinger, suggèrent que l'oxygène moléculaire peut agir comme « accepteur » de l'hydrogène fourni par les « donateurs ». De sorte que le rôle des donateurs d'hydrogène serait d'établir et de maintenir le potentiel d'oxydo-réduction intérieur des cellules à une valeur suffisamment basse, tandis que celui de l'oxygène respiratoire serait d'éliminer les substances réductrices, assurant ainsi le maintien d'un potentiel suffisamment élevé.

---

(1) *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 100.

Ce qui revient à dire que le rH du milieu cellulaire demeure, dans certaines limites, constant.

Or, dans un autre travail, publié avec Wurmser [1], nous avons insisté sur la relation étroite qui existerait entre la nature des synthèses et le rH du milieu cellulaire où ces synthèses s'effectueraient; aussi avons-nous admis que le potentiel intracellulaire était conditionné par un équilibre cinétique entre la déshydrogénation des donateurs d'hydrogène et la fixation de l'hydrogène par un accepteur : oxygène ou toute autre molécule [2].

On conçoit donc que, l'oxygène ayant pour rôle principal d'assurer un potentiel cellulaire déterminé, l'on puisse lui substituer tout autre accepteur.

Par ailleurs on sait que le potentiel de l'intérieur des cellules est fonction du potentiel du milieu extérieur (Needham et Needham; Aubel, Aubertin et Mauriac; Chambers, Cohen et Reznikoff). On peut donc penser que les processus de division sont déterminés par l'établissement d'un potentiel convenable des éléments localisés de la cellule, induisant un métabolisme spécial.

CYTOLOGIE. — *Sur l'origine de la membrane péritrophique chez le ver à soie.* Note de M. **Tahir Ertogroul**, présentée par M. F. Mesnil.

On sait que, dans l'intestin moyen des larves du ver à soie, existe un tube formé d'une substance chitineuse, la *membrane péritrophique*, à l'intérieur duquel se trouvent les aliments. La membrane empêche le contact direct de ceux-ci et de l'épithélium intestinal.

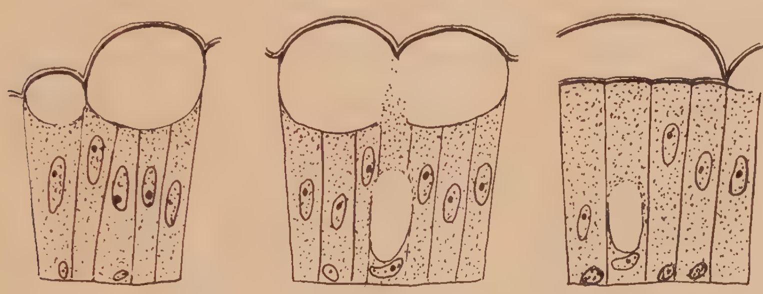
La membrane péritrophique a été signalée pour la première fois par Lyonet (1764) chez les chenilles du *Cossus*. Balbiani lui a donné son nom. Pour Pagenstecher (1864), ce serait un produit de sécrétion des glandes salivaires. Metchnikoff (1866) la considère comme de la matière chitineuse et Plateau (1878) comme une sécrétion spéciale de l'intestin moyen. Pour Schneider (1887), ce serait un prolongement direct de la cuticule interne de l'œsophage; elle empêche les particules alimentaires de se mettre directement en contact avec l'épithélium de l'intestin moyen; elle se régénére-

(1) *Proceed. Royal Society*, B. **102**, p. 128.

(2) Voir aussi *C. R. Soc. Biol.*, **96**, 1927, p. 1280.

rait sans cesse vers la région œsophagienne. Plateau, Balbiani, Verson, Quajat, la considèrent comme le résultat de la sécrétion des cellules épithéliales de l'intestin moyen; elle se formerait à la surface des cellules.

D'après Van Gehuchten et Cuénot (1895), la membrane péritrophique n'est ni le prolongement de la cuticule œsophagienne, ni un produit de sécrétion des cellules de l'intestin moyen, puisque ces sécrétions sont liquides et qu'elles se déversent directement dans l'espace circulaire libre existant entre cette membrane et l'épithélium; elle serait sécrétée par des cellules spéciales, placées à l'entrée du proventricule (intestin moyen). Ces



Stade de la formation de la membrane péritrophique.

sécrétions se condenseraient en une membrane continue qui, au niveau de l'embouchure de la valvule, s'appliquerait directement sur les matières alimentaires. Pour Vignon (1902), chez la larve du *Chironomus plumosus*, cette membrane est sécrétée, sous forme de chitine fluide, par les premières cellules de l'intestin moyen (cellules de la membrane péritrophique). Berlese (1909) pense comme Van Gehuchten, Vignon, Bordas, que la membrane péritrophique est sécrétée par les cellules spéciales qui résident dans les parties antérieures du mésentéron, au voisinage de la valvule cardiaque. Chatton (1920) admet que l'origine de la membrane péritrophique n'est pas la même chez les divers Arthropodes. Il trouve que, chez les Drosophiles, la membrane prend naissance dans la partie antérieure de l'intestin.

Au cours de recherches histophysiologiques sur la mue du Ver à soie, nous avons pu faire quelques constatations qui éclairent l'origine de la membrane péritrophique.

Au cours de la mue, la membrane péritrophique se détache en même temps que les cellules épithéliales desquamées sont éliminées vers l'intestin antérieur. Vers la fin de la mue, le protoplasme de la partie apicale de la

cellule épithéliale prend une forme réticulée, en même temps que le chondriome de cette même zone se met à présenter des formes de dégénérescence. Un peu plus tard, tout le long du tube digestif moyen, sous le plateau strié de chacune des cellules épithéliales, on voit se reformer des vacuoles, qui vont sans cesse en grandissant. A un moment donné, les vacuoles de deux ou trois cellules voisines fusionnent et se détachent du protoplasma; les plateaux striés prennent alors une forme en dôme. Ils ne se colorent pas par le muci-carmin : il ne s'agit donc pas de mucus.

Finalement toutes les vacuoles fusionnent entre elles. La cuticule se détache de l'épithélium. L'ensemble de la cuticule détachée forme la membrane péritrophique. En même temps qu'on observe le rejet des anciens plateaux striés sous la forme de la membrane péritrophique, on assiste de place en place à la régénération d'un nouveau plateau. Chez certains individus, parfois après le premier repas suivant la mue, sur de rares cellules épithéliales, les plateaux striés ne sont pas encore régénérés.

La mebrmane péritrophique nouvellement formée est lisse du côté de la lumière du tube digestif et irrégulière du côté opposé, à cause des restes du cytoplasma qui y sont encore rattachés. Plus tard, en même temps que la régénération des plateaux striés s'achève, la membrane péritrophique devient régulière sur toutes ces faces.

En résumé, chez le ver à soie, la membrane péritrophique représente. non pas une sécrétion des cellules de l'intestin moyen, mais bien l'ensemble des plateaux striés détachés en masse de l'épithélium intestinal. C'est un organe cellulaire détaché et devenu indépendant.

CHIMIE AGRICOLE. — *Conditions de formation et constitution du complexe argilo-humique des sols.* Note de MM. **A. Demolon** et **G. Barbier**, présentée par M. Lindet.

On désigne généralement sous le nom de complexe absorbant l'ensemble des colloïdes argileux et humiques des sols. Nous nous sommes proposés de rechercher si ces deux groupes doivent être considérés comme coexistant dans les sols à l'état juxtaposés ou si, au contraire, il existe entre eux des liaisons justifiant la conception d'un complexe proprement dit.

Lorsqu'on met en présence une suspension d'argile colloïdale privée de

bases échangeables et une suspension d'acide humique, le système présente une stabilité indéfinie, comme il doit arriver pour deux colloïdes de même signe, électronégatifs en l'espèce. Mais lorsque la concentration en électrolytes est suffisante, nous avons constaté que l'acide humique d'une solution d'humate se fixe sur l'argile en quantité variable avec formation d'un floculat homogène.

La matière humique utilisée dans ces recherches a été extraite de fumier artificiel obtenu à partir de la paille; elle ne contenait que très peu de matières minérales, essentiellement siliceuses (1 pour 100 environ). L'argile avait été extraite de la terre à briques et privée de bases.

A. Influence de la réaction. — Dans une série de tubes à centrifuger tarés, on a introduit $0^g,25$ d'argile à l'état de suspension, neutralisée exactement par l'ammoniaque, $0^g,025$ d'acide humique à l'état de solution d'humate d'ammoniaque neutre, puis une petite quantité variable d'HCl ou KOH 0,1 *n* pour faire varier la réaction, la quantité d'eau nécessaire pour avoir un volume final constant de 50^{cm^3} et enfin $1^{cm^3},5$ de solution saturée de KCl, quantité suffisante pour floculer l'argile. Après agitation, centrifugation et décantation du liquide limpide, la matière humique fixée par l'argile a été dosée dans le coagulum non lavé, par réduction en milieu alcalin du permanganate de potasse, suivant une technique contrôlée qui sera décrite ailleurs. Il a été tenu compte de la fraction du volume initial de liquide retenue par le coagulum. Nous avons vérifié, bien entendu, qu'en l'absence d'argile, mais toutes choses égales par ailleurs, l'humate reste dissous.

pH............	3,85.	5,0.	5,9.	6,95.	7,25.	7,55.	8,5.
Humus fixé pour 100 d'argile.............	9,60	8,08	7,26	6,28	5,37	4,65	2,05
Humus fixé pour 100 d'humus introduit...	96,0	80,8	72,6	62,8	53,7	46,5	20,5

Le tableau ci-dessus montre que la fixation de l'acide humique par l'argile est d'autant moins énergique que le pH final est plus élevé.

B. Influence de la concentration en humate. — La concentration en argile ($0^g,100$ pour 20^{cm^3}) ainsi que la réaction ($pH = 6,8\text{-}6,9$) étant maintenues constantes, on a fait varier la concentration en humate. La floculation de l'argile a été obtenue par SO^4K^2 (4^{cm^3} de solution normale dans tous les cas).

Concentrations d'équilibre en acide humique.

Dans le liquide (en gr. par litre).......	0,045	0,108	0,408	0,832	1,57	5,50
Dans le complexe, en pour 100 d'argile..	3,09	5,84	7,83	8,36	8,59	9,9

Ces résultats montrent que, comme dans les phénomènes d'adsorption, le coefficient de fixation varie, les petites quantités d'acide humique se trouvant proportionnellement plus énergiquement fixées.

Les phénomènes sont qualitativement les mêmes pour les divers sels alcalins avec activité minima pour Na et PO^4.

C. Formation du complexe en présence de Ca. — 1° *Floculation des mélanges d'argile et d'humate.* — L'humate d'ammoniaque exerce vis-à-vis de l'argile une action protectrice qui s'accroît avec sa concentration. Inversement, l'argile sensibilise la matière humique, qui précipite dans ces conditions pour des concentrations en Ca beaucoup moindres qu'en l'absence d'argile.

2° *Concentrations d'équilibre.* — A une même quantité d'argile calcique neutre, $0^g,200$, on a mélangé des quantités croissantes d'humate d'ammoniaque. En raison de l'action peptisante qui s'observe dans ces conditions, on a ajouté la quantité d'acétate de Ca juste suffisante pour maintenir l'argile floculée. Volume final constant, 20^{cm^3}. La centrifugation permet de séparer facilement un complexe homogène et une solution humique limpide en équilibre avec lui.

Concenrations d'équilibre en acide humique.

Dans le liquide (en gr. par litre)..........	0,0105	0,0975	0,68	1,42
Dans le complexe, en pour 100 d'argile.....	4,89	9,02	13,2	15,8

Conclusions. — L'argile colloïdale est un facteur de fixation des colloïdes humiques dans les sols. Nos recherches fournissent des bases expérimentales à la notion de complexe argilo-humique. Les cations absorbés par l'argile et, en particulier Ca, conditionnent la formation de ce complexe qui peut être reproduit à partir de ses constituants et qui comporte des réactions d'équilibre.

PHYSIQUE BIOLOGIQUE. — *Explication des effets thérapeutiques des circuits oscillants ouverts sur l'organisme des êtres vivants.* Note de M. **Georges Lakhovsky**, présentée par M. d'Arsonval.

J'ai décrit (¹) des essais de thérapeutique du cancer expérimental des plantes, effectués sur des géraniums inoculés avec le *Bacterium tumefaciens*, au moyen d'un générateur à lampes triodes d'ondes très courtes ($\lambda = 2^m$) que j'ai construit à cet effet et que j'ai appelé *radio-cellulo-oscillateur*.

Ces plantes ont été guéries du cancer au bout d'un mois, elles vivent encore à l'heure actuelle et sont très vigoureuses, tandis que les témoins non traités sont tous morts il y a 5 ans, quelques mois après l'inoculation.

M. Franz Seidel a également démontré récemment que le lait et les aliments peuvent être stérilisés au moyen des mêmes ondes courtes de $\lambda = 1^m,5$ à 3^m.

M. Esau vient de montrer expérimentalement qu'on peut guérir les souris inoculées de la tuberculose au moyen des mêmes ondes courtes ($\lambda = 2^m$) avec lesquelles j'ai guéri il y a 5 ans les pelargoniums inoculés du cancer, ces ondes détériorant rapidement les bacilles de Koch.

Huit mois après, le 24 décembre 1924, j'ai repris ces expériences en remplaçant mon radio-cellulo-oscillateur par une simple spire de cuivre ouverte, dont la longueur propre était également $\lambda = 2^m$ environ, entourant la plante, supportée par une tige d'ébonite et isolée dans l'air. Par ce procédé, j'ai guéri de même des géraniums inoculés avec le *Bacterium tumefaciens*, et dans le même temps les témoins sont tous morts. Les sujets guéris vivent encore à l'heure actuelle et sont très prospères comme je l'ai montré ici récemment (²).

Les mêmes expériences avec le circuit oscillant ont été reprises avec un succès identique au printemps 1927 par M. Labergerie, à l'École d'Agriculture de Montpellier, et tout récemment, par le Dr Brunori, de New-

(¹) A. Gosset, A. Gutmann, G. Lakhovsky, J. Magrou. *Essais de thérapeutique du cancer expérimental des plantes* (*C. R. Soc. Biol.*, 91, 26 juillet 1924, p. 626).

(²) Georges Lakhovsky, *L'action sur les êtres vivants des circuits oscillants* (*Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1019).

York, par M. Vincenzo Rivera, au Laboratoire de Pathologie végétale de l'Istituto superiore Agrario de Pérouse [1].

Comme je l'ai annoncé dans ma dernière Communication, j'ai essayé, ainsi que beaucoup de praticiens, tant en France qu'à l'étranger, mes circuits oscillants sur une grande variété de maladies.

Les nombreuses observations recueillies démontrent que ce circuit apporte une amélioration très efficace et, assez souvent, la guérison des malades de toute espèce qui ont été considérés parfois comme incurables.

Il est vraisemblable que ces circuits oscillants ouverts agissent sur l'organisme suivant le même processus que mon radio-cellulo-oscillateur, en oscillant sous l'effet d'induction des ondes innombrables de toutes fréquences qui sillonnent constamment l'atmosphère.

En effet nous savons qu'il se produit constamment dans l'atmosphère des décharges électriques (foudre, etc.), que les applications de l'électricité (éclairage à arc, dynamos et moteurs industriels et de traction, magnétos, redresseurs) donnent naissance à de multiples étincelles. Ces nombreux arcs engendrent dans l'atmosphère des ondes très courtes.

A ces ondes s'ajoute toute la catégorie des ondes utilisées pour les radiocommunications, à tel point qu'il est impossible à présent de trouver dans leur gamme une place libre disponible.

Des circuits oscillants utilisés en thérapeutique, de toutes dimensions et de toutes longueurs d'ondes, isolés de l'extérieur (= 0,35 à 2^{m}) trouvent toujours dans l'atmosphère des ondes qui les font osciller sur leur fréquence propre. Le champ électromagnétique ainsi créé filtre les ondes cosmiques, de même que la lumière, les rayons ultraviolets, les rayons X et le radium, mais en provoquant un effet moins brutal et plus durable, en raison de la constance et de la faible intensité de ces rayonnements.

M. d'Arsonval a appliqué le premier avec succès en thérapeutique les courants de haute fréquence il y a longtemps et bien avant les lampes triodes. Il s'est même servi en 1890 du dipôle de Hertz pour descendre au-dessous de 2^{m} de longueur d'onde. Ces courants de haute fréquence avaient également pour effet de créer un champ électromagnétique local, lequel filtre les ondes cosmiques.

---

(1) VINCENZO RIVERA, *Influenza dei circuiti aperti di Lakhovsky sullo sviluppo di tumori nei vegetali* (*Bollettino della R. Stazione di Patologia vegetale di Roma*, nouvelle série, 7, 1928, p. 3).

Remarques à propos de la Communication de M. LAKHOVSKY,
par M. D'ARSONVAL.

Pour préciser l'indication contenue dans la dernière phrase qui me concerne je rappellerai mes Communications à la Société de Biologie en 1891, 1893 et 1896.

Voici un extrait de celle du 2 mai 1891 relative aux ondes courtes :

« Dans une Communication verbale du 24 février 1891, j'ai signalé à la Société l'action physiologique spéciale des courants alternatifs... j'ai poursuivi l'étude de ces courants en augmentant de plus en plus la fréquence et en étudiant cette fois l'influence de la fréquence sur la sensibilité générale et sur l'excitabilité neuro-musculaire. »

Après avoir montré qu'un courant (à puissance égale) de 10000 alternances par seconde est beaucoup moins senti qu'un courant de 100, j'ajoute : « Pour savoir si le nerf et le muscle peuvent répondre à des excitations électriques extrêmement rapides j'ai abandonné tous les interrupteurs électriques mécaniques qui peuvent donner très difficilement 30000 excitations par seconde,-je me suis servi d'un dispositif qui peut donner jusqu'à mille millions de vibrations électriques par seconde. C'est l'appareil bien connu des physiciens depuis les admirables recherches du Dr Hertz, etc. » Suit la description de l'installation et les effets observés.

Par des dispositifs plus puissants j'ai fait connaître les différents effets physiologiques de ces courants et leur application à la médecine en 1893.

J'ai spécialement étudié leur action bactéricide, atténuante ou vaccinante, avec mon assistant le professeur Charrin, dans une série de Notes présentées à la Société de Biologie et dont voici les dates : — 1893 : 6 mai, p. 467; 15 juillet, p. 764; — 1896 : 25 janvier, p. 96; 1er février, p. 120; 8 février, p. 153.

L'application des ondes hertziennes de toute longueur à la thérapeutique et leur action bactéricide ont donc été signalées en France depuis près de 40 ans. (Voir aussi *Comptes rendus*, séance du 20 mars 1893.)

PHYSIQUE BIOLOGIQUE. — *Sur le pouvoir rotatoire du sérum en fonction de la température.* Note ([1]) de M. P. **Lecomte du Noüy**, présentée par M. Roux.

L'étude des modifications physico-chimiques subies par le sérum sanguin en fonction de la température présente un intérêt tout spécial en raison de l'importante altération qu'apporte dans ses propriétés biologiques le chauffage à une température voisine de 56°, altération connue sous le nom de destruction du complément.

Nous avons réussi à montrer ([2]), au moyen de mesures de viscosité, que cette température était également critique au point de vue physico-chimique pour le sérum, et correspondait à l'existence d'un minimum absolu de la viscosité.

La question se posait alors de savoir si l'on pourrait mettre en évidence une modification purement chimique des molécules de protéines, dont ce phénomène ne serait que la conséquence physique, comme la destruction du complément en serait la conséquence biologique. En d'autres termes, de chercher une preuve de l'existence d'une modification structurale moléculaire, cause commune des deux phénomènes. Pour résoudre ce problème nous avons étudié le pouvoir rotatoire du sérum à toutes les températures entre 0° et 70°. Le but de cette Note est de rendre compte des résultats préliminaires obtenus.

En employant du sérum de cheval normal, dans un tube de 10^{cm} nous trouvâmes que le pouvoir rotatoire lévogyre reste constant entre 0° et 50°. L'angle α dont le plan de polarisation est tourné est en moyenne de — 4°,16 pour la raie verte, de — 3°,61 pour les raies jaunes, et de — 2°,92 pour la raie rouge (raies du mercure). Pouvoir rotatoire spécifique moyen : $[\alpha] = -58°$, pour la raie verte, — 49° pour les raies jaunes, et — 40°,5 pour la raie rouge. Entre 50° et 55°, un chauffage de 10 minutes ne produit en général aucun changement, ou de très faibles variations, à peine supérieures aux variations spontanées qu'on observe en fonction du temps dans le sérum, et d'ailleurs tantôt positives, tantôt négatives. A partir de 55° au

([1]) Séance du 18 février 1929.

([2]) *C. R. Soc. Biol.*, **90**, 1924, p. 168; **96**, 1927, p. 1203; et *Ann. Inst. Pasteur*, **42**, 1928, p. 742.

contraire, on constate un accroissement progressif du pouvoir rotatoire, faible jusqu'à 58° ou 59° et augmentant rapidement à partir de 60°. Le tableau ci-dessous donne l'augmentation du pouvoir rotatoire par minute dans les cinq premières minutes de chauffage et au bout d'une heure dans un tube de 10^{cm} d'un sérum de cheval normal. (Raies jaunes du mercure. Valeurs moyennes ou interpolées. Chauffage en tubes scellés.)

Température.

1°	52°	54°	55°	56°	57°	58°	59°	60°	61°	62°	63°	64°	65°	66°	67°	70°
Augmentation du pouvoir rotatoire.																
Dans la première minute :																
	0	0	0	0,010	0,020	0,020	0,023	0,025	0,045	0,080	0,090	0,110	0,140	0,210	0,255	0,320
En 1 heure :																
14	0,14	0,12	0,22	0,30	0,38	0,47	0,58	0,69					illisible.			
En 2 heures :																
14	0,13	0,16	0,28	0,38	0,45	0,55	0,63					illisible.				

Jusqu'à 53°, 2 heures de chauffage ont sensiblement le même effet que 1 heure. A partir de 55°, la deuxième heure de chauffage augmente le pouvoir rotatoire de 0°,80 environ, jusqu'à 58°. Les mesures deviennent impossibles au delà de 58° pour un chauffage de 2 heures, de 59° pour un chauffage de 1 heure, et de 60° pour un chauffage de 40 minutes, en raison de l'obscurcissement des plages. L'étude de l'action du temps de chauffage est limitée par ce phénomène dont l'importance augmente rapidement avec la température et qui rend les mesures impossibles dans un tube de 10^{cm}. Cet aspect n'est pas accompagné d'une augmentation du pouvoir rotatoire, mais il se produit en général, quand celui-ci a subi une augmentation de 0°,70 à 0°,80, augmentation qui peut être due à 5 minutes de chauffage à 64°, à 10 minutes de chauffage à 63°, à 40 minutes de chauffage à 60°, à 1 heure à 59°, ou à 2 heures à 58°.

Ces résultats, qui présentent un intérêt particulier si on les rapproche des résultats obtenus par les mesures de viscosité, peuvent être interprétés, provisoirement, de la façon suivante : jusqu'à 50 ou 52° il ne se produit que de très faibles altérations de nature chimique dans les protéines du sérum,

pour une durée de chauffage allant jusqu'à 2 heures. Nous ne pouvons déceler de changement mesurable introduit par un chauffage de 20 minutes qu'à partir de 55°.

La vitesse de la modification de la structure des molécules augmente alors progressivement avec la température, et très rapidement à partir de 59°. Cette altération chimique est probablement celle qui correspond à la suppression du « pouvoir complémentaire » du sérum. Mais elle ne suffirait pas à expliquer l'augmentation de la viscosité du sérum à la même température : il faut donc admettre qu'elle détermine en même temps un changement dans le champ de forces (de quelque nature qu'il soit) existant autour de chaque molécule affectée. Ce changement permet aux molécules de s'agréger les unes aux autres, et de fixer des molécules d'eau en plus grand nombre, peut-être à cause même de cette agrégation. Dès lors, la viscosité augmente, et l'obscurcissement observé au polarimètre est sans doute une manifestation optique du même phénomène. Cette hypothèse nous semble d'autant plus plausible que cet obscurcissement se produit parfois pendant que l'on effectue la mesure, et ne modifie en rien l'angle lu sur le cadran. Il s'agit donc bien d'un changement dans la dispersion et l'hydratation des protéines, consécutif à l'altération chimique des molécules indiquée par l'accroissement du pouvoir rotatoire. Nous avons entrepris des recherches en vue de déterminer la nature de cette altération.

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *De l'augmentation de la consommation d'oxygène des animaux marins sous l'influence des fortes pressions. Ses variations en fonction de la durée de la compression.* Note de M. **Maurice Fontaine**, présentée par M. L. Joubin.

Étudiant la consommation du Pleuronectes en fonction de l'intensité de la pression [1], il nous est apparu que cette consommation d'oxygène variait en fonction du temps au cours de la compression. Nous avons donc étudié systématiquement ce phénomène chez le *Pleuronectes platessa*.

Dans l'obligation où nous étions d'opérer (pour avoir des mesures com-

---

[1] *De l'augmentation de la consommation d'O^2 des animaux marins sous l'influence des fortes pressions. Ses variations en fonction de l'intensité de la compression* (*Comptes rendus*, 188, 1929, p. 460).

parables) sur des animaux de même taille ([1]), nous choisissions de petits Pleuronectes sensiblement de même poids. Pour les expériences de courte durée, nous en immergions plusieurs dans le récipient, pour les autres, un nombre d'autant plus faible que la durée de l'expérience était plus longue.

I. — *Compressions à* 100^{kg} *de Pleuronectes pesant entre* $0^{g},250$ *et* $0^{g},300$.

Durée de la compression.	Nombre de Pleuronectes.	Consommation d'O^2 à la pression atm.	Consommation d'O^2 sous pression.	Augmentation de la consommation d'O^2.
		cm^3	cm^3	%
30 minutes	3	0,141	0,192	36
1 heure	2	0,159	0,249	56
1 heure 30 minutes	2	0,216	0,377	74
2 heures	1	0,141	0,223	58

La consommation d'O^2 revient-elle rapidement, après être passée par ce maximum, à sa valeur normale ?

Il n'en est rien, comme le montre l'expérience suivante :

II. — *Compressions à* 100^{kg} *de Pleuronectes pesant entre* $0^{g},110$ *et* $0^{g},145$.

Durée de la compression.	Nombre de Pleuronectes.	Consommation d'O^2 à la pression atm.	Consommation d'O^2 sous pression.	Augmentation de la consommation d'O^2.
		cm^3	cm^3	%
1 heure 30 minutes	4	0,169	0,319	88
3 heures	2	0,165	0,260	58
6 heures 30 minutes	1	0,157	0,234	49

Le rapprochement des augmentations de consommation d'O^2 produites par une compression de 100^{kg} pendant 1 heure 30 minutes, d'une part sur des Pleuronectes d'environ $0^{g},275$ (Tableau I : 74 %), d'autre part sur Pleuronectes de $0^{g},120$ (Tableau II : 88 %) met ici encore nettement en évidence l'influence de la taille de l'animal dans cet accroissement des combustions respiratoires.

En résumé, la consommation d'O^2 augmente, au cours de la compression, en fonction du temps, jusqu'à un maximum, puis diminue, mais reste encore, au moins pendant plusieurs heures, au-dessus de la consommation d'O^2 normale.

([1]) *Les fortes pressions et la consommotion d'oxygène de quelques animaux. Influence de la taille* (*C. R. Soc. Biol.*, **99**, 1928, p. 178).

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *L'utilisation des pentoses dans l'organisme animal.* Note de MM. **P. Thomas, A. Gradinescu** et Mlle **R. Imas**, présentée par M. Roux.

Deux de nous ont montré [1] que l'utilisation des pentoses par l'organisme est fortement influencée par l'augmentation de la perméabilité rénale provoquée par l'ingestion de ces sucres et déjà signalée par eux [2]. Chez l'homme, une quantité déterminée de xylose ou d'arabinose est mieux utilisée lorsqu'elle est donnée par petites fractions espacées que si elle est prise en une fois.

Dans le présent travail, nous avons cherché à déterminer aussi exactement que possible le coefficient d'utilisation de ces sucres. On sait déjà, depuis Salkowski, que l'organisme animal peut fixer une quantité appréciable de pentoses sous forme de glycogène; nous nous sommes proposé de déterminer le gain en glycogène du foie et des muscles, après ingestion d'une quantité connue de xylose ou d'arabinose, afin d'établir ce coëfficient d'utilisation.

Comme animal d'expérience, nous avons choisi la grenouille, afin de pouvoir faire commodément des dosages sur des organes entiers. Les animaux jeûnaient et étaient en hibernation depuis deux mois au moins. Leur poids variait de 50 à 125g. De nombreuses déterminations nous ont montré des teneurs en glycogène très variables, de 1,5 à 7 pour 100 dans le foie. Pour éviter la complication due à l'accumulation du glycogène dans les œufs, nous avons utilisé seulement des mâles à partir de ce moment, et pour diminuer et unifier la teneur en glycogène, nous avons placé les animaux, maintenus à jeun, à une température de 20 à 25°. Après un temps convenable, la teneur était comprise entre 1 et 2 pour 100 dans le foie, inférieure à 0,2 pour 100 dans les muscles.

Pour contrôler d'une manière certaine l'enrichissement du foie en glycocène à partir des pentoses, nous avons opéré comme suit dans une première série d'expériences.

On extirpe à une grenouille, après ligature des vaisseaux correspondants, le lobe droit du foie et l'on y dose le glycogène par la méthode de Pflüger. La plaie est alors

(1) *C. R. Soc. Biol.*, **99**, 1928, p. 1807.

(2) *C. R. Soc. Biol.*, **96**, 1927, p. 1459.

refermée et saturée, et l'animal reçoit par la bouche, au moyen d'une seringue de Luer portant une canule de dimensions convenables que l'on fait pénétrer dans l'estomac, une quantité déterminée de solution du pentose choisi, à la concentration de 4 pour 100, soit sensiblement isotonique. Au bout d'un temps variable, de un à plusieurs jours, on sacrifie l'animal et l'on dose le glycogène dans le lobe gauche du foie.

Des expériences sur des témoins restés à jeun nous ont montré que la teneur en glycogène subit toujours dans ces conditions une forte diminution, en raison du traumatisme produit.

Voici quelques résultats d'expériences :

	Glycogène pour 100.	
	Lobe droit (après traumatisme).	Lobe gauche (avant traumatisme).
Témoin	3,25	2,30
Grenouille ayant reçu 1g,25 de xylose	4,30	6,67
» 1g,14 »	1,99	3,22
» 1g,20 d'arabinose	1,74	3,16

Ainsi, malgré le traumatisme, le gain de glycogène après ingestion des sucres est évident.

Dans une seconde série d'expériences, nous avons opéré sur des lots de 10 animaux placés dans les mêmes conditions. Cinq d'entre eux ont reçu la solution du sucre expérimenté *per os*, comme précédemment. Au bout d'un temps convenable, on a sacrifié les animaux, et le dosage du glycogène a été fait comparativement sur les cinq foies réunis et sur les foies des cinq témoins. Le gain observé a atteint 100 pour 100 de la quantité initiale, après ingestion des pentoses.

Enfin, dans une dernière série, nous avons déterminé également sur des lots de 5 animaux la teneur moyenne du foie et des muscles en glycogène, les mêmes dosages étant répétés sur des lots comparables maintenus dans les mêmes conditions, mais recevant les pentoses *per os*.

Pour connaître exactement la quantité de sucre utilisée par l'organisme, les grenouilles ont été gardées quelques minutes dans un vase après chaque administration de sucre, puis lavées avec soin. La quantité perdue pouvait être facilement dosée dans l'eau de lavage. Le liquide où ont vécu les animaux, qui renferme l'urine et les résidus intestinaux, a été également analysé. Enfin, après le prélèvement du foie et des muscles pour le dosage du glycogène, on a recueilli le contenu intestinal, où se trouve presque toujours une petite quantité de pentose ayant échappé à l'absorption. On pouvait ainsi mesurer, aussi exactement que possible, la quantité de sucre réellement utilisée.

Quant au dosage du glycogène, il doit être fait soit dans l'ensemble de la masse

musculaire, soit dans des muscles provenant des diverses régions, la quantité fixée n'étant pas uniforme.

Nous avons déterminé par de nombreux essais le rapport du poids des muscles au poids total de l'animal; chez nos grenouilles, ce rapport peut être fixé à 48 pour 100.

Nous sommes donc en possession des éléments qui permettent de calculer la quantité de glycogène produite dans l'assimilation des pentoses (en faisant abstraction du glycogène qui a pu être détruit). Voici, parmi les chiffres les plus probants, ceux qui sont en même temps les plus élevés (calculés pour un lot de 5 grenouilles) :

	Sucre ingéré.	Sucre éliminé.	Pour 100 éliminé.	Sucre utilisé.	Glycogène formé.
Xylose	4,455	1,874	42,05	2,330	1,075
Arabinose	4,741	1,040	21,93	3,538	1,750

En admettant qu'une molécule de pentose fournisse une molécule d'acide lactique qui se transforme ensuite en glycogène, le rendement maximum en glycogène est donc de 54 pour 100. Il est évidemment intéressant que dans nos expériences le xylose ait fourni 51,24 pour 100 et l'arabinose 54,90 pour 100, soit des chiffres identiques, aux erreurs d'expérience près, et cela bien que le rein ait éliminé comparativement plus de xylose que d'arabinose, conformément à nos observations antérieures. Ce coefficient d'utilisation est à retenir.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur la faible teneur en cholestérol des matières grasses des chrysalides de Lépidoptères.* Note (1) de Mlle **Andrée Courtois**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Dans des recherches biochimiques que nous poursuivons sur quelques Lépidoptères, nous avons été amenée à établir le coefficient lipocytique, $\frac{\text{cholestérol}}{\text{ac. gras}} \times 100$, des chrysalides au cours de la nymphose.

Nous avons été frappée par la faible teneur en cholestérol des substances insaponifiables. Le rapport $\frac{\text{substances insaponifiables}}{\text{ac. gras totaux}}$ est du même ordre de

(1) Séance du 18 février 1929.

grandeur que les coefficients lipocytiques signalés chez les Invertébrés; mais, sur les espèces étudiées (*Attacus Pernyi*, *Sphinx Ligustri*, *Saturnia Pyri*), le cholestérol n'occupant qu'une faible portion de cet insaponifiable, le coefficient lipocytique devient dix fois plus faible que le plus petit coefficient lipocytique établi dans la série animale.

Cette constatation nous paraît avoir quelque importance dans l'étude de la chimie physiologique d'un organisme.

La composition intégrale de l'insaponifiable des corps gras chez les Insectes demanderait à être étudiée avec précision. Des travaux déjà anciens ont signalé la présence d'autres stérols que le cholestérol (bombystérol) (1) et des hydrocarbures (2).

Nous avons dosé les acides gras totaux par saponification totale (méthode de Kumagawa-Suto) et le cholestérol par précipitation au digitonoside (méthode de Windaus légèrement modifiée par R. Girardin et Spach) (3). Cette dernière technique a été appliquée à la fraction insaponifiable des acides gras.

Le tableau ci-dessous résume nos résultats :

Espèces.	Acides gras exprimés en gr. pour 100 de tissus frais.	Substances insaponifiables.	Rapport $\frac{\text{subst. ins.}}{\text{ac. gras}}$.	Cholestérol.	Coefficients lipocytiques $\frac{\text{cholestérol}}{\text{ac. gras}} \times 100$.
Attacus Pernyi	4,64	0,8	17,2	0,07	1,7
Sphinx Ligustri	7,82	0,42	5,3	0,09	1,2
Saturina Pyri	8,19	1,4	17	0,09	1

Les chiffres donnés expriment la moyenne de six dosages.

Voici, à titre de comparaison, quelques coefficients lipocytiques d'Invertébrés :

Hirudo medicinalis	20-25
Ostrea edulis	7,3-22
Tapes decussatus	12
Anemone sulcata	7
Phascolosoma vulgare	17,5-30
Asterias rubens	9,2-8,6

(1) LEWKOWITSCH, *Ztschr. für Untersuch. der Nahr- und Genussm.*, 12, 1906, p. 659; 63, 1907, p. 552.

(2) MENOZZI et MORESCHI, *Atti R. Accad. dei Lincei Roma*, 17, 1908, p. 95.

(3) GICARDIN et SPACH, *Bull. Soc. Chim. biol.*, 7, 1926, p. 813.

Mayer et Schaeffer ([1]) puis Terroine ([2]) ont toujours calculé la teneur en acides gras en défalquant le cholestérol de l'extrait lipoïdique total.

Ce faisant, ils réunissaient, en un même chiffre, les acides gras et le reste de l'insaponifiable, admettant que la presque totalité de celui-ci était constituée par le cholestérol. Or la partie non cholestérylique de l'insaponifiable est parfois importante comme l'a montré Lemeland, et comme l'a fait remarquer plus récemment Terroine ([3]).

Nos dosages ont toujours été faits en opérant en moyenne sur deux ou trois chrysalides, ce qui correspond à 7 ou 8^{g} de tissu frais dans lesquels les substances insaponifiables occupent un poids variant de 0^{g},030 à 0^{g},050. C'est donc sur ces faibles quantités qu'il faudrait pratiquer une analyse quantitative précise.

Pour nous assurer que la quantité de tissus frais sur lesquels nous opérions ne modifiait pas nos résultats, nous avons fait quelques dosages sur le foie de Pigeon et de Cobaye en utilisant 5^{g} de matière fraîche. Nos chiffres étaient en accord avec ceux de Mayer et Schaeffer. Nous poursuivrons cette étude, les constituants des substances insaponifiables pouvant jouer un rôle important dans les phénomènes complexes de la vie nymphale.

A 16^{h}, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16^{h}20^{m}.

A. Lx.

([1]) Mayer et Schaeffer, *Journal de Phys. et Path. gén.*, 15, 1913, p. 1.
([2]) Terroine et Weill, *Journal de Phys. et Path. gén.*, 16, 1914, p. 415.
([3]) Terroine et Belin, *Bull. Soc. Chim. biol.*, 9, 1, 1927, p. 12.